

Università degli Studi di Pisa  
**Corso di Laurea in  
Ingegneria Meccanica**

**DISPENSE DI  
ELEMENTI COSTRUTTIVI  
DELLE MACCHINE**

Enrico Manfredi

Rev.6 - Settembre 2008



Anno Accademico 2008-09

## Sommario

Questo documento raccoglie le dispense integrative destinate agli allievi del Corso di Laurea triennale in Ingegneria meccanica dell'Università di Pisa, che seguono l'insegnamento di Elementi costruttivi delle macchine al III anno di corso.

Le dispense contengono alcuni argomenti che non sono trattati nel libro di testo consigliato<sup>1</sup>. Inoltre, presentano i temi di alcune esercitazioni svolte nella prima parte del corso, unitamente ad esempi sia delle prove *in itinere* (verifica intermedia) sia delle prove scritte d'esame.

## INDICE

§ 1 - Le specifiche tecniche (da uno scritto del Prof. Ing. Lucio Lazzarino)	pag. 2
§ 2 – Materiali e criteri di scelta	pag. 4
§ 3 - Verifiche con carichi statici	pag. 15
§ 4 – Verifiche a fatica	pag. 21
Esercizi e prove d'esame risolti	pag. 30
Appendici: esempi di specifiche tecniche	pag. 64
Allegati:	
1) Lezione introduttiva sul metodo degli Elementi Finiti.	
2) Esercitazione sull'applicazione del metodo tramite software ANSYS (a cura del Dott. Ing. Francesco Frendo)	
3) Linea guida per la compilazione della relazione dell'esercitazione pratica (2).	
4) Lezione sui collegamenti preserrati: il “diagramma triangolare”	
5) Elenco di siti Internet di interesse	

---

<sup>1</sup> R.Juvinall, K. Marshek "Fondamenti della progettazione dei componenti delle macchine", ed. ETS, (2.a ristampa) Pisa, 2001.

## § 1 - DOCUMENTI DI PROGETTO: LE SPECIFICHE TECNICHE

Complementi al Cap.1 del testo di Juvinall e Marshek  
“Fondamenti della progettazione dei componenti delle macchine”  
(ristampa 2.a edizione) ed. ETS, 2001

Estratto da: L. Lazzarino - **SULLE SPECIFICHE TECNICHE** - Ed. CRITA, Pisa 1980

La specifica tecnica costituisce la definizione tecnicamente corretta di un prodotto industriale per quanto attiene le prestazioni richieste e le condizioni che delimitano le possibilità di scelte progettuali. Una specifica tecnica deve derivare da una di queste due fonti:

- conclusioni di una trattativa tecnico-commerciale tra costruttore ed acquirente
- conclusione di un'approfondita analisi tecnico economica dei bisogni espliciti o latenti di un dato mercato.

In ambedue i casi la specifica tecnica, assieme al programma di produzione ed alle condizioni di vendita, costituisce il preciso enunciato del problema ingegneristico cui il progettista deve dare soluzione ottimizzata sul piano costruttivo ed il responsabile della produzione deve dare soluzione ottimizzata sul piano produttivo, entro i termini temporali programmati.

La definizione della specifica tecnica permette di rispondere agli interrogativi:

- che cosa precisamente bisogna fornire?
- a quali condizioni deve soddisfare ciò che si deve fornire?

E' opportuno che ogni specifica tecnica si attenga ad uno schema; l'indice tipico di una specifica tecnica e' cosi' costituito:

- 1 - Sigla di individuazione, data, responsabile
- 2 - Contenuto ed indice della specifica
- 3 - Introduzione
- 4 - Prestazioni richieste
- 5 - Condizioni da soddisfare
  - 5.a - Pesi ed ingombri
  - 5.b - Interfacce
  - 5.c - Prescrizioni legali e regolamentari
  - 5.d - Condizioni ambientali
  - 5.e - Condizioni ergonomiche
- 6 - Trasporti, consegna od installazione
- 7 - Modalità di collaudo tecnico e di accettazione
- 8- Addestramento all'impiego, impiego, ispezione, manutenzione e ricambi
- 9 - Garanzie tecniche e tempi relativi
- 10 - Allegati facenti parte integrante della specifica
- 11 - Glossario.

Il paragrafo "Introduzione" non e' indispensabile, ma può avere lo scopo di chiarire i criteri generali secondo i quali si e' proceduto alla compilazione della specifica tecnica per facilitarne la corretta interpretazione.

Maggiore attenzione merita il paragrafo "Prestazioni", ove devono essere precisate qualitativamente e quantitativamente tutte le prestazioni richieste. Tali prestazioni devono essere individuate dando soltanto i valori minimi ammessi o l'intervallo dei valori ammessi. Possono anche indicarsi valori "normali" e valori meno favorevoli dei normali, ammissibili entro dati limiti, ma con applicazione di penalità. Per contro prestazioni più favorevoli possono determinare aumenti di prezzo.

La specifica tecnica deve individuare quello che effettivamente interessa l'acquirente, evitando comunque di imporre vincoli non indispensabili.

Circa le condizioni da soddisfare, quelle che riguardano ingombri ammessi e le interfacce di carattere geometrico conviene che siano definite da disegni allegati alla specifica.

Se il prodotto deve essere connesso con reti di distribuzione di energia o di segnali elettrici, di fluidi in pressione, di rimozione di scarichi od altro, devono essere precisate le connessioni con i sistemi suddetti, se necessario con l'ausilio di disegni e con il riferimento preciso ad eventuali norme ed ad unificazioni, cui sia obbligatorio o conveniente attenersi.

Di grandissima importanza è la completa e chiara precisazione delle leggi, dei regolamenti, delle normative a cui il prodotto deve soddisfare.

L'adeguata conoscenza e precisazione delle condizioni ambientali deve permettere di evitare difetti di funzionamento imputabili a particolari condizioni ambientali (temperature eccezionalmente alte o basse, stati igrometrici eccezionali, aria od acqua inquinate, etc.).

La precisazione delle condizioni ergonomiche riguarda l'ottimizzazione dei rapporti tra il prodotto e le persone che hanno con esso contatto diretto durante l'impiego ed anche durante le operazioni di ispezione, manutenzione, riparazione e ricambio.

Circa la possibilità di cui può servirsi il costruttore per il trasporto ed il montaggio in opera di impianti e macchinari attinenti la fornitura, esse devono essere definite con adeguata precisione.

Poiché i collaudi implicano generalmente l'effettuazione di misure è necessario stabilire le procedure e la strumentazione, le norme per la taratura e la campionatura degli strumenti di misura e le condizioni per cui il collaudo deve essere effettuato, se queste influiscono sulle misure, oppure le regole di riduzione delle misure a condizioni di riferimento nel caso in cui le condizioni in cui si effettua il collaudo siano diverse da queste ultime.

L'azione di assistenza tecnica può comprendere l'istruzione e l'addestramento del personale dipendente dall'acquirente, la collaborazione all'avviamento al funzionamento, alle operazioni di ispezione, manutenzione ordinaria e straordinaria, riparazione e ricambio.

Il paragrafo "Garanzie e tempi relativi" deriva dalle conseguenze che le clausole contrattuali hanno sulla progettazione oggetto della fornitura, in relazione alla sicurezza del tempo di funzionamento richiesto ed agli eventuali interventi necessari per il rispetto delle clausole di garanzia contrattuale.

Gli allegati devono essere indicati in modo completo nell'indice della specifica; essi sono di solito disegni, norme di dettaglio, chiarimenti sulle interpretazioni delle leggi o regolamenti.

Il glossario non è indispensabile, ma è molto opportuno quando si usano termini e locuzioni di uso non comune, specialmente se in una lingua diversa.

## § 2 - MATERIALI E RELATIVI CRITERI DI SCELTA

Integrazione del Cap.3 del testo di Juvinall e Marshek già citato

**2.1** La varietà di materiali da costruzione meccanica è molto grande. La scelta tra i materiali può essere facilitata e resa razionale con il metodo degli *indici di merito*, che permettono di classificare i materiali in rapporto ad aspetti desiderabili per ogni data applicazione.

Gli indici di merito riguardano specifici requisiti quali, ad esempio: leggerezza e resistenza meccanica oppure leggerezza e rigidità. Il requisito di leggerezza tende a divenire sempre più importante. Riducendo le masse diminuiscono i carichi d'inerzia, ad es.: negli azionamenti a dinamica veloce. Soprattutto, si riducono i consumi sia d'energia sia di materie prime non rinnovabili. La “dematerializzazione” è, infatti, uno degli obiettivi della progettazione orientata all'ambiente (*Eco-design*).

**2.2** In generale per un dato problema di progetto si possono stabilire una o più opportune relazioni tra quantità  $Q$  che occorre minimizzare (es: massa) o massimizzare (es: rendimento) e parametri che riguardano il materiale ( $M$ ), la geometria ( $G$ ) oppure sono di carattere funzionale ( $F$ ). In generale si può scrivere:

$$Q=f(M,G,F) \quad (\mathbf{a})$$

Questa relazione deve essere studiata, applicando eventualmente criteri di ottimizzazione. Si consideri ad

$$m = \rho A l$$

esempio un'asta tesa di lunghezza  $l$  e sezione costante  $A$ . Detta  $\rho$  la densità, la massa sarà data da:

La sezione  $A$  può essere dimensionata in base a considerazioni sia di resistenza sia di rigidità.

Nel primo caso occorre definire un valore  $\sigma_{amm}$  della tensione che non deve essere superata, in base alla natura ed allo stato di trattamento (storia tecnologica) del materiale ed anche in base al tipo di cedimento che si deve evitare (deformazione permanente, frattura, fessurazione e rottura dilazionata). Se  $N$  è lo sforzo di trazione specificato, sarà in questo caso:

$$\sigma = \frac{N}{A} \rightarrow A_{necessaria} = \frac{N}{\sigma_{amm}}$$

Per ogni data lunghezza  $l$ , la massa dell'asta sarà:

$$m = \rho \frac{N}{\sigma_{amm}} l = \frac{\rho}{\sigma_{amm}} l \cdot N$$

Perciò, in questo caso, per minimizzare la massa si dovrà massimizzare l'indice di merito  $\sigma_{amm}/\rho$ .

Si osserva inoltre che la relazione (a) in questo ed in altri casi simili assume la forma:  $Q=M \cdot G \cdot F$ .

Analogamente se il criterio è la rigidità, detto  $\delta_{amm}$  l'allungamento specificato dell'asta, sarà:

$$\delta_{amm} = \frac{Nl}{EA} \rightarrow A_{necessaria} = \frac{Nl}{E\delta_{amm}}$$

Per minimizzare la massa, dalla relazione:

$$m = \rho \frac{Nl}{E\delta} l = \frac{\rho}{E} l^2 \frac{N}{\delta_{amm}}$$

si nota che in questo secondo caso (asta o struttura tesa) si dovrà massimizzare l'indice di merito  $E/\rho$ .

---

**Esempio:**

Si deve realizzare una trave inflessa di lunghezza  $l$  con sezione quadrata costante di lato  $H$ . Si domanda se, a parità di rigidità, conviene usare un acciaio oppure una lega leggera di alluminio per costruire una trave di minimo peso.

**Dati:**

Modulo di Young dell'acciaio:  $E_1 = 210$  GPa; densità dell'acciaio:  $\rho_1 = 7,8$  Mg/m<sup>3</sup>;

modulo di Young delle leghe di Al:  $E_2 = 72$  GPa; densità delle leghe di Al:  $\rho_2 = 2,8$  Mg/m<sup>3</sup>.

**Ipotesi semplificativa**

Si assume, approssimativamente,  $E_1 = 3E_2$  e  $\rho_1 = 3\rho_2$

**Soluzione**

Il momento d'inerzia della sezione è dato da:  $J = H^4/12$ . Nel caso di flessione uniforme tra il momento flettente  $M_f$  e la freccia massima  $\delta$  esiste la relazione:

$$\delta = \frac{M_f l^2}{8EJ} = \frac{3M_f l^2}{2EH^4}$$

Per ogni dato valore di  $M_f$  e  $l$ , tra la sezione necessaria ed il modulo di Young esiste una relazione del tipo:

$$A = H^2 = \frac{\text{costante}}{\sqrt{E}}$$

In definitiva si può scrivere:

$$m = \rho A l \rightarrow m \propto \frac{\rho}{\sqrt{E}}$$

Il rapporto tra le masse sarà:

$$\frac{m_{\text{acciaio}}}{m_{\text{legaAl}}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}$$

**Risultato:**

Usando le ipotesi semplificative circa le proprietà dell'acciaio e della lega di alluminio, si trova:

$$\frac{m_{\text{acciaio}}}{m_{\text{legaAl}}} \approx \frac{3\rho_2}{\rho_2} \sqrt{\frac{E_2}{3E_2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = 1,73$$

Il risultato esatto differisce di poco da questo.

**Commenti:**

L'indice di merito del materiale per le strutture *inflesse* è  $(\sqrt{E})/\rho$ ; per le strutture *tese* è invece:  $E/\rho$ .

Nei limiti del campo di comportamento elastico ed a parità di forma di sezione, una trave inflessa d'acciaio avrà un peso quasi doppio di quello di una trave di lega di alluminio (es.: ala aeroplano) altrettanto rigida.

---

**2.3.** Un altro esempio: nei materiali per molle e simili impieghi, si richiede un'elevata capacità di assorbire energia elastica. Per un corpo uniformemente teso si può scrivere:

$$U = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon V = \frac{\sigma^2}{2E} V \rightarrow \text{occorre massimizzare il rapporto } \frac{\sigma_{amm}^2}{E}$$

Considerando l'energia per unità di massa si ottiene il seguente indice di merito:  $\frac{U}{\rho V} = \frac{\sigma_{amm}^2}{E\rho}$

**2.4** Nella scelta dei materiali entrano in gioco tutte le loro proprietà. Si consideri un'applicazione in cui si chiede elevata conducibilità termica, con sollecitazioni d'origine termica entro il campo elastico.

La massima tensione termoelastica per una data variazione di temperatura è data dalla:  $\sigma = cE\varepsilon = cE\alpha\Delta T$  ove  $c$  varia tra 1 nel caso monoassiale e  $1/(1-\nu^2)$  nel caso triassiale.

Il limite ammissibile della tensione elastica (limite che dipende dalla massima temperatura) determina perciò un valore limite di  $\Delta T$ .

Per un dato flusso di calore  $q=Q/A$ , detto  $k$  il coefficiente di conducibilità, la variazione di temperatura su una data distanza  $x$  (es.: spessore) è data dall'equazione:  $q=k\Delta T/x \rightarrow \Delta T=qx/k$ .

Di conseguenza un indice di merito del materiale per queste applicazioni si trova come segue:

$$\Delta T_{amm} = \frac{\sigma_{amm}}{E\alpha} = \frac{qx}{k} \rightarrow \text{affinchè sia } q_{\max} \rightarrow \frac{\sigma_{amm} \cdot k}{E\alpha} \text{ deve essere massimo.}$$

**2.5.** Un confronto sintetico tra i materiali si ottiene riportando i parametri significativi che compaiono negli indici di merito (es.: densità e modulo di Young) in opportune mappe, come è indicato alle figure seguenti. Si possono così evidenziare le caratteristiche generali delle principali famiglie di materiali.

Le condizioni di uguale indice di merito sono individuate da opportune linee (es:  $E/\rho = \text{cost.}$  per strutture tese e  $\sqrt{E}/\rho = \text{cost.}$  per strutture inflesse). Usando coordinate bilogaritmiche queste linee diventano rette. Criteri diversi (es.: trazione o flessione) corrispondono a pendenze diverse.

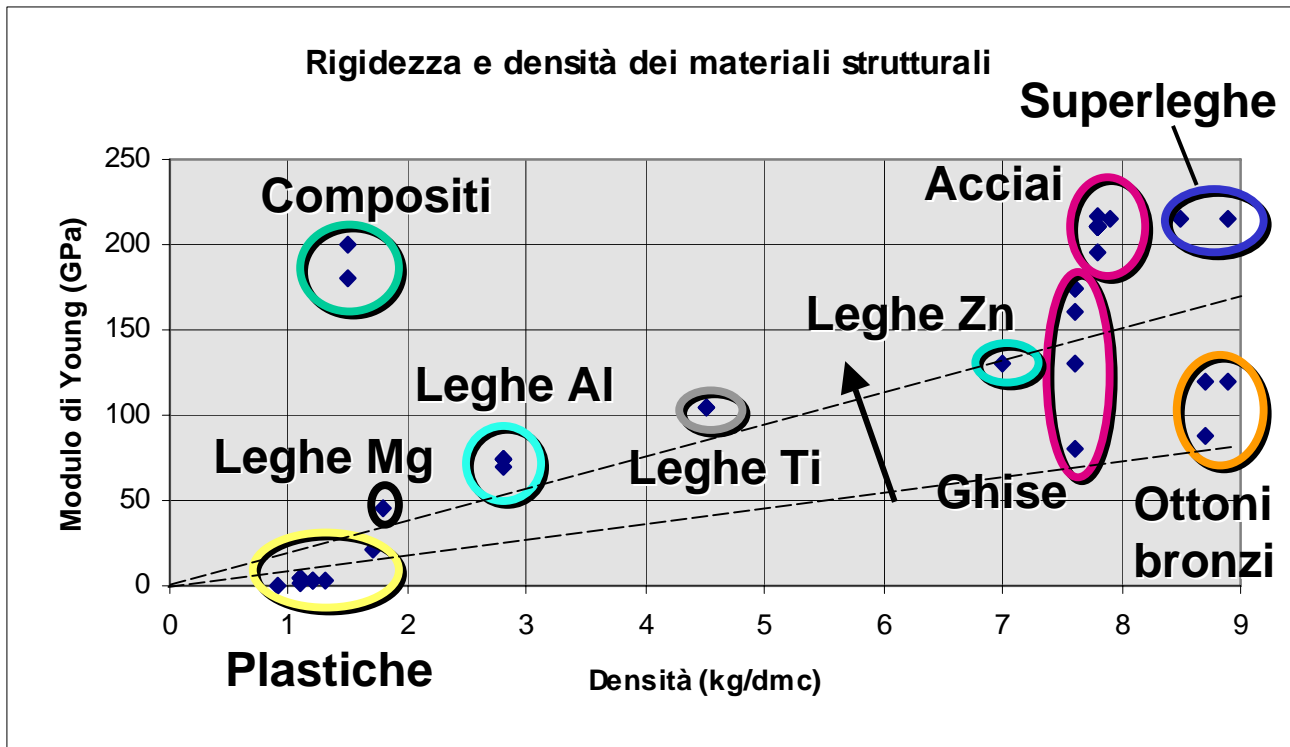
Si possono così individuare i materiali delle varie famiglie che presentano un identico indice di merito (si trovano sulla stessa linea) ed evidenziare quelli per cui l'indice di merito raggiunge i valori massimi.

Dopo aver scartato i materiali che non soddisfano altri requisiti vincolanti (es: massima temperatura di impiego) si può così scegliere tra i materiali di pari merito in base ai rimanenti requisiti funzionali.

In [1] è presentata una trattazione completa, con mappe basate su questo tipo di approccio. Analoghe informazioni si trovano sul sito internet [5] dell'Università di Cambridge (UK).

**2.6.** I materiali metallici sono adeguatamente descritti nel libro di testo, sebbene sia necessario aggiornare periodicamente il quadro ivi presentato. Ad esempio, recentemente sono state introdotte meno costose leghe di Titanio (Ti LCB, Low Cost Beta) per realizzare molle ( $\sigma^2/E\rho$  elevato) di autoveicoli e altri componenti.

Per quanto riguarda i materiali non metallici, si possono considerare separatamente le seguenti famiglie principali.



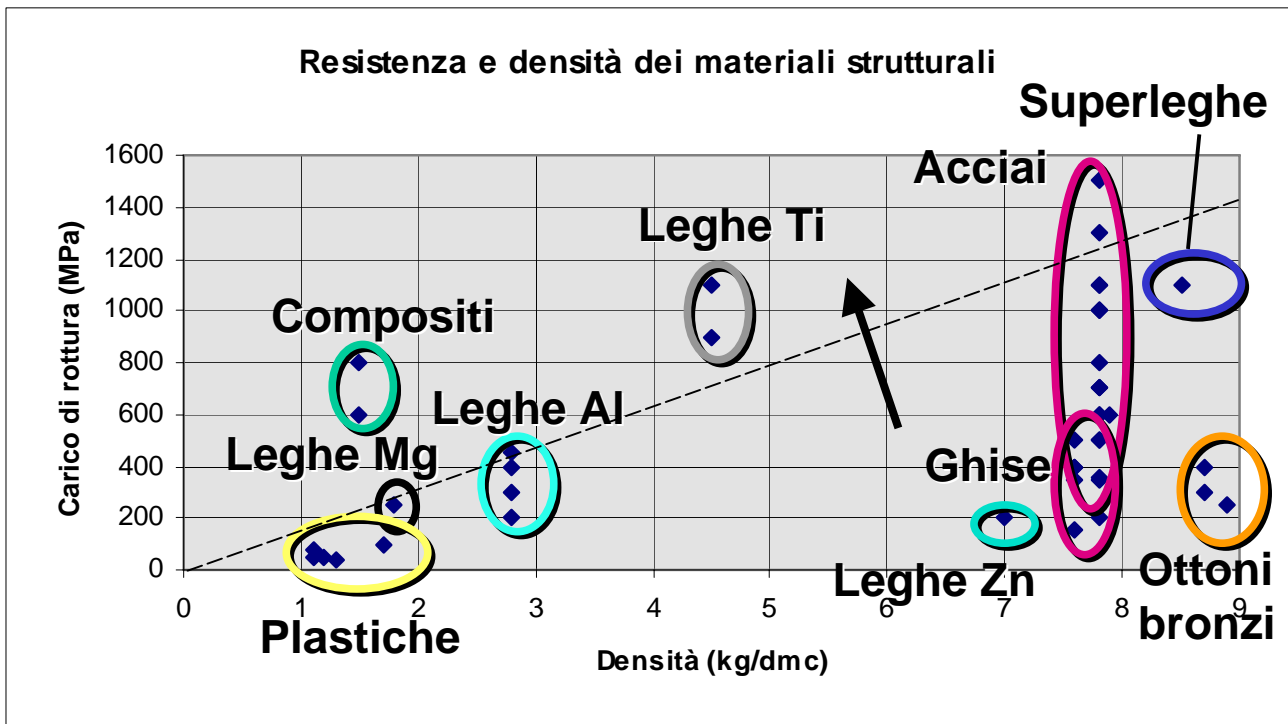
Note: 1) I materiali strutturali ceramici, non rappresentati, hanno un eccellente rapporto rigidezza/densità.  
 2) Le plastiche rinforzate con “cariche” di fibre corte o di particelle (tecnoplastiche) si collocano in una posizione all'incirca intermedia tra le plastiche ed i compositi veri e propri.

2.6.1. Materiali ceramici “strutturali” (*engineering ceramics*, es.:  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ,  $\text{SiC}$ ). Sono fragili con comportamento lineare fino a rottura. La resistenza in compressione è superiore di circa un ordine di grandezza rispetto a quella in trazione. La conducibilità termica è limitata. Aspetti sfavorevoli: fragilità, sensibilità agli intagli ed ai piccoli difetti; variabilità di caratteristiche da pezzo a pezzo, fatto che rende necessario un approccio probabilistico (vedi Cap.6 del testo), difficoltà di costruzione e controllo, costo. Aspetti favorevoli: stabilità di forma, resistenza all'usura, alla corrosione ed alle elevate temperature.

2.6.2 Materie plastiche (tecnoplastiche, *engineering plastics*, vedi libro di testo). Quelle termoindurenti hanno comportamento elastico-fragile. Il comportamento delle termoplastiche varia tra quello quasi fragile e quello di un fluido viscoso, in base al rapporto tra temperatura e temperatura di transizione (vetroso, a freddo  $\rightarrow$  viscoso, a caldo; per PA Nylon:  $T_{trans} \approx 60^\circ\text{C}$ ; per il più recente PEEK Victrex:  $T_{trans} \approx 140^\circ\text{C}$ ).

In generale le plastiche con struttura semi cristallina (es.: Nylon) hanno maggiore resistenza meccanica e chimica, minore stabilità di forma, sono meno trasparenti e sono meno facilmente incollabili rispetto a quelle amorfe (es.: ABS). Fenomeni particolari: rigonfiamento per assorbimento umidità, danno da raggi UV, ecc.

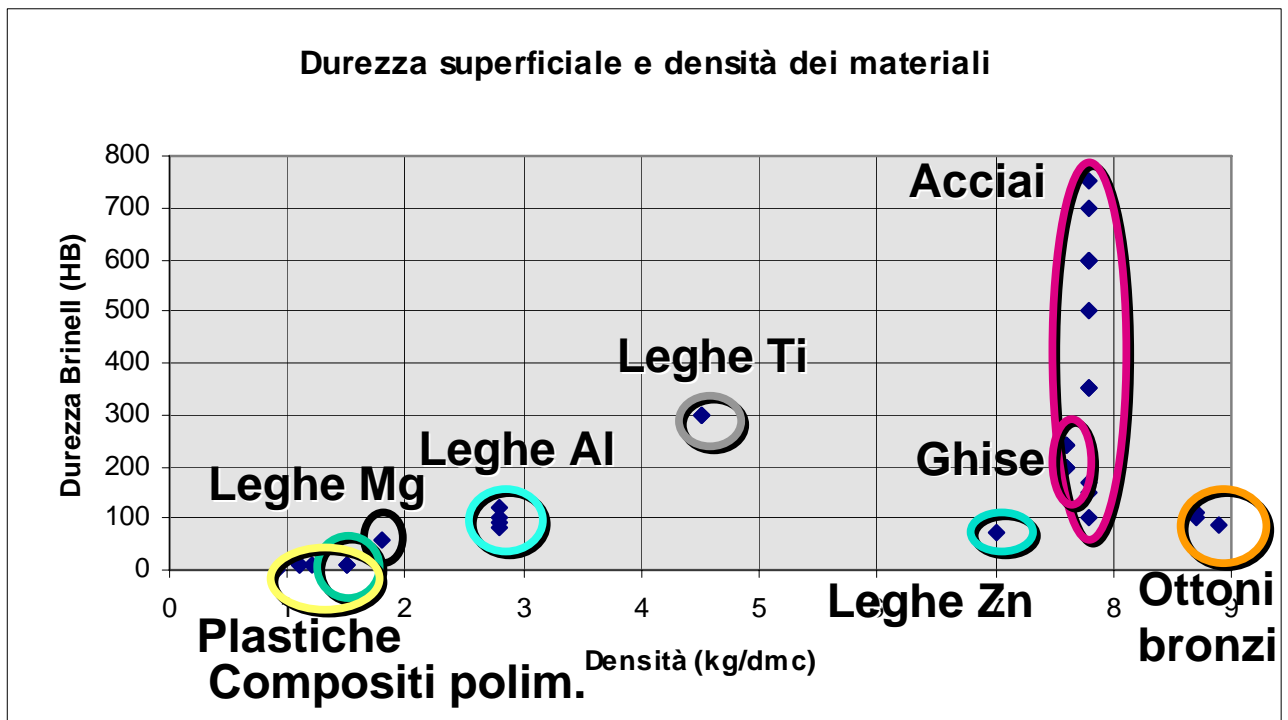




Note: 1)  $S_u$  è la tensione unitaria di rottura statica, secondo la notazione del testo di Juvinall e Marshek.

2) Si considerano compositi laminati, in quanto sono più usati dei compositi con fibre unidirezionali.

3) I materiali ceramici strutturali, non rappresentati, hanno indici di merito elevati in compressione ma molto bassi in trazione.



Nota: I materiali ceramici strutturali, non rappresentati, hanno sia elevati valori di durezza, sia un eccellente rapporto tra durezza e densità.

Le proprietà delle plastiche migliorano notevolmente con l'aggiunta di particelle di “carica” (es.: migliore trasmissione del calore) oppure di *fibre* con orientazione casuale oppure preferenziale (es.: direzione del flusso di riempimento degli stampati ad iniezione). In questo modo si ottengono “materiali compositi” relativamente economici.

2.6.3. Elastomeri e gomme: le seconde hanno un campo di comportamento elastico più esteso dei primi. Il comportamento è elastico non lineare, con grandi deformazioni e con forte smorzamento interno in campo elastico. Coefficiente di Poisson  $\nu \approx 0,5$ . Questi materiali si possono suddividere come segue:

- per impieghi generici ( $T < 130^\circ\text{C}$ ): Stirene butadiene o SBR, *Buna-S* (pneumatici), Neoprene o CR (soffietti ecc.), Gomme al nitrile o NBR, *Buna-N* (guarnizioni tipo O-R, ecc.), gomma naturale o NR
- per ambienti aggressivi chimicamente e/o fino a  $T \approx 200^\circ\text{C}$ : fluoroelastomeri (es.: O-R in *Viton*)
- per temperature fino a  $-70^\circ\text{C}$  o  $> 200^\circ\text{C}$ : gomme siliconiche
- per parti con forte attrito o con forti deformazioni: elastomeri poliuretanici (cinghie, ecc.).

2.6.4. Materiali compositi per usi strutturali, costituiti di regola da fibre di diametro paragonabile alle dimensioni microstrutturali (Carbonio, *Kevlar*, vetro) e da una matrice, per lo più di materia plastica ma anche di ceramica o metallo. Le matrici plastiche sono sia termoidurenti (es.: epossidiche o poliesteri), sia termoplastiche (es.: PEEK); queste ultime permettono una migliore riciclabilità del rottame.

Esistono vari altri tipi di materiali compositi (pannelli a *sandwich* con anima di espanso od a nido d'ape, materiali costituiti sia da lamine metalliche che da lamine di composito, ecc.) che per brevità si omettono.

Le fibre, quasi esenti da difetti, si comportano in modo elastico-fragile con elevati valori sia del carico di rottura in trazione sia del modulo di Young (es. fibre di C:  $\sigma_F \geq 2000\text{MPa}$ ,  $E_F \geq 300\text{GPa}$ ) ed hanno il compito di sostenere gli sforzi di trazione. La matrice ha il compito di proteggere le fibre, di tenerle in posizione, di evitarne l'imbozzamento (*microbuckling*) in compressione e di trasmettere gli sforzi tra le fibre.

A differenza degli altri materiali, i compositi – come, del resto, il cemento armato - devono essere essi stessi “progettati”. Tra l'altro, occorre calcolare la cosiddetta lunghezza critica  $l_c$  delle fibre. Imponendo che le azioni tangenziali, agenti alle due estremità della fibra, siano pari allo sforzo normale di rottura della fibra senza che si abbia lo sfilamento della fibra dalla matrice, si trova:

$$\pi d \frac{l_c}{2} \tau_M = \pi \frac{d^2}{4} \sigma_F; \quad l_c = \frac{d}{2} \frac{\sigma_F}{\tau_M}$$

Sebbene sia  $\sigma_F \gg \tau_M$ , essendo  $d$  piccolo, fibre di pochi centimetri possono essere considerate “lunghe”.

I compositi strutturali veri e propri sono costituiti da varie “lamine” sovrapposte, in ciascuna delle quali le fibre seguono la stessa direzione “principale”. Si usano sia fibre continue sia tessuti di fibre.

Ciascuna di queste lamine può essere considerata come un materiale omogeneo ortotropo, con 3 piani di simmetria corrispondenti alla giacitura delle fibre e della lamina. In uno stato piano di tensione sono perciò necessarie quattro costanti elastiche indipendenti per caratterizzarne il comportamento, p.es.: tramite prove.

Conoscendo i moduli di Young sia della fibre che della matrice, il modulo  $E_l$  nella direzione delle fibre si può calcolare.

Imponendo, con uguali deformazioni, la condizione di equilibrio allo sforzo normale, dette  $A_l$  la sezione della lamina ed  $A_F$ ,  $A_M$ , quelle compressive delle fibre e della matrice, si può scrivere:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \varepsilon_F = \varepsilon_M \\ \sigma_1 A_l &= \varepsilon_1 E_1 A_l = \varepsilon_1 E_F A_F + \varepsilon_1 E_M A_M\end{aligned}$$

Dividendo per  $A_l$  e ricordando che  $l_l = l_F = l_M$ , i rapporti tra le aree possono essere espressi tramite i rapporti tra i volumi (frazioni volumetriche dei costituenti il composito).

Si ottiene<sup>2</sup> così la prima delle costanti elastiche (“regola delle miscele”):

$$E_1 = E_F V_{\%F} + E_M (1 - V_{\%F})$$

Dallo spostamento prodotto da una tensione  $\sigma_2$  in direzione perpendicolare alle fibre, si troverebbe invece:

$$E_2 = \frac{E_F E_M}{E_F V_{\%F} + E_M (1 - V_{\%F})}$$

Si noti che questa seconda costante dipende molto fortemente dal contenuto di fibre.

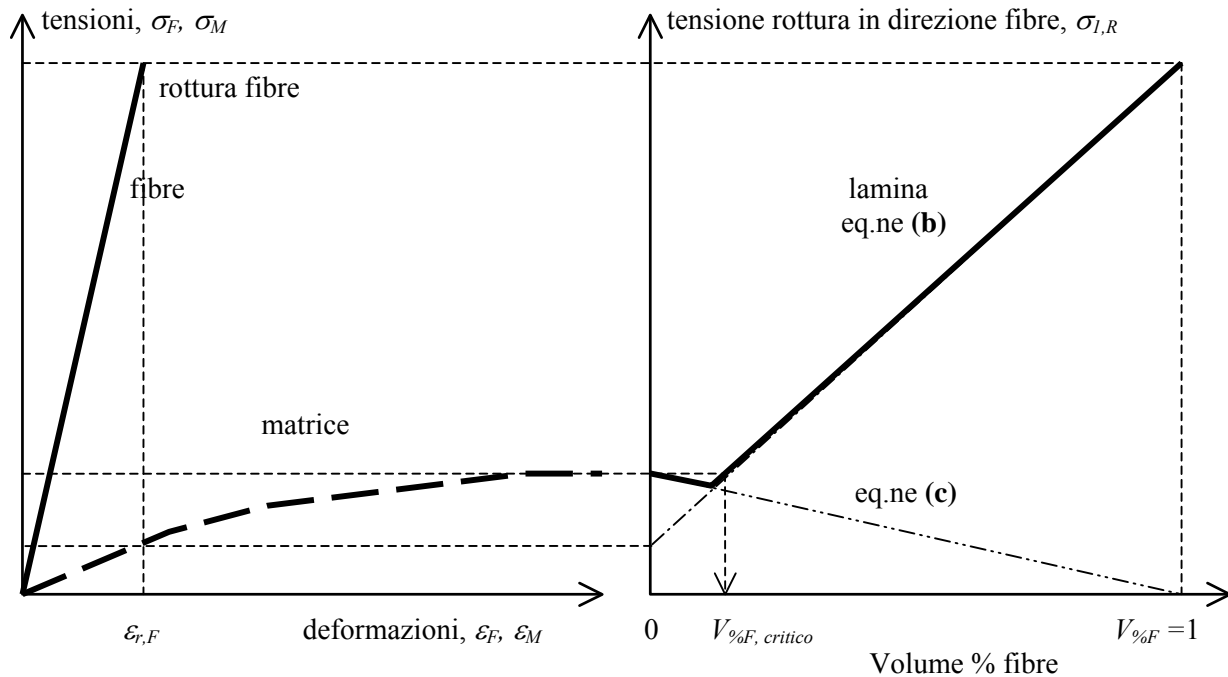
La resistenza della lamina secondo la direzione delle fibre dipende dalla resistenza a rottura delle fibre stesse, e dal contributo (minore) della matrice, la cui deformazione è pari a  $\varepsilon_{R,F}$  (valore di rottura delle fibre):

$$\sigma_{1,R} = \sigma_F V_{\%F} + E_M \varepsilon_{R,F} (1 - V_{\%F}) \quad (\text{b})$$

la resistenza a rottura della matrice, calcolata supponendo che le fibre siano rotte è invece pari a:

$$\sigma'_{1,R} = \sigma_{M,R} (1 - V_{\%F}) \quad (\text{c})$$

Queste relazioni sono riassunte nel grafico seguente.



<sup>2</sup> Relazioni di calcolo più precise per questo e per altri aspetti si trovano su testi specialistici, quali [6].

Si nota che la frazione volumetrica delle fibre deve superare un certo valore critico, affinché l'aggiunta di fibre sia conveniente. Infatti di regola  $70\% > V_{\%F} > 30\%$ .

Gli eccezionali valori di resistenza che così si possono calcolare sono però difficilmente ottenibili in pratica. Infatti la resistenza di una singola lamina diminuisce *fortemente* se la direzione della sollecitazione è anche di poco diversa da quella delle fibre.

Negli impieghi pratici occorre perciò che le lamine dei vari strati abbiano orientazioni opportunamente variate. Ad esempio (laminati “*angle ply*”) le fibre delle lamine esterne possono essere disposte secondo la prevedibile direzione della massima sollecitazione applicata, mentre a quelle più interne si dà alternativamente una disposizione che forma un dato angolo  $\theta$  rispetto ad essa. Con disposizioni simmetriche si può ottenere un comportamento ortotropo del laminato o un comportamento quasi isotropo.

Tra le singole lamine si sviluppano anche azioni “interlaminari”, dovute ad esempio alla differente tendenza delle singole lamine a subire la contrazione di Poisson. Si può dimostrare che queste tensioni sono particolarmente elevate in corrispondenza dei bordi delle lamine e che possono essere anche di trazione.

Sperimentalmente si nota che il comportamento a rottura di un materiale composito è sostanzialmente elastico-fragile, con valori più o meno fortemente dipendenti dalla orientazione relativa carico/lamine.

Il valore di rottura si può calcolare cautelativamente assumendo come criterio la rottura della lamina più sollecitata. Di regola una sollecitazione agente in una direzione principale (es.: dir. 2) influisce sulla capacità di resistenza della lamina nell'altra direzione (es.: dir. 1) e viceversa. Data l'anisotropia del materiale, sono stati sviluppati appositi criteri di resistenza (es.: criterio di Tsai Wu)<sup>3</sup>.

In conclusione gli aspetti favorevoli di questi materiali compositi sono soprattutto le elevate resistenza e rigidità con peso ridotto. Quelli sfavorevoli sono l'assenza di duttilità, la limitata temperatura d'impiego (se la matrice è polimerica), le maggiori difficoltà di fabbricazione e di *controllo di qualità* ed il costo.

**2.7.** Un aspetto da considerare nella scelta dei materiali è, ovviamente, il loro costo, tuttavia la scelta del materiale più economico non conduce di regola alla soluzione di minimo costo del prodotto. Infatti materiali di più elevate prestazioni (elevati valori degli indici di merito) possono consentire riduzioni di volume o di massa tali da compensare largamente il maggiore costo unitario del materiale. Ad esempio, usando materiale da bulloneria ad elevata resistenza si riduce non solo il volume dei bulloni, ma anche quello di tutte le parti dell'unione imbullonata, quali flange, ecc.

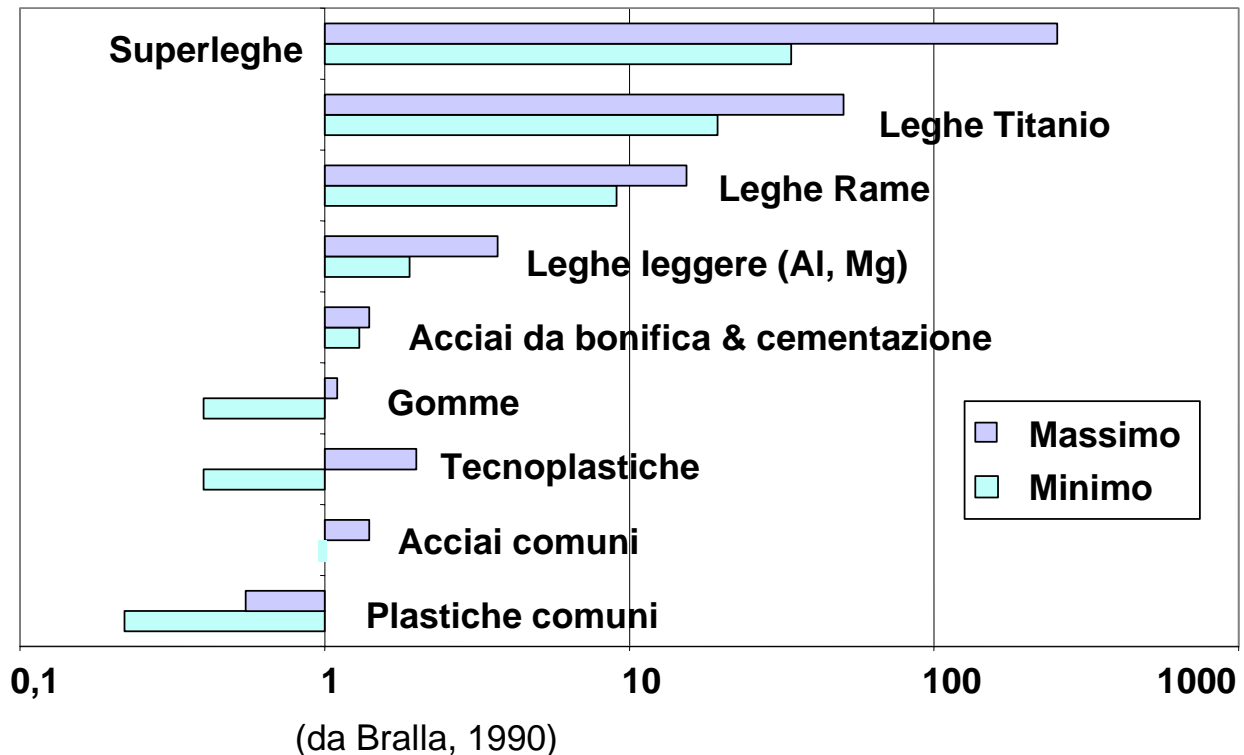
Una stima approssimata dei costi di *fabbricazione* si può basare sulle seguenti considerazioni.

Il costo relativo di ogni materiale, in altre parole il rapporto tra il costo per unità di massa o di volume di un dato materiale e quello di un materiale preso come riferimento (es.: acciaio comune Fe360) tende a rimanere costante per periodi di tempo abbastanza lunghi. Perciò è possibile predisporre tabelle di costo relativo, del tipo qui illustrato in figura, che non richiedono frequenti aggiornamenti.

---

<sup>3</sup> Una sintetica illustrazione si trova su: <http://ceaspub.eas.asu.edu>

## Costi relativi per unità di volume (1990)



Per ogni settore industriale è inoltre possibile determinare con buona approssimazione l'aliquota del costo attribuibile al materiale rispetto al costo totale di fabbricazione.

Si considerano nei costi del materiale sia quello delle parti realizzate appositamente (es.: carcassa, ruote ed alberi di un cambio di velocità) sia i costi di componenti acquistati (es.: cuscinetti a sfere).

Mediamente il costo dei materiali rappresenta la metà del costo totale di fabbricazione. Il costo dovuto alle spese generali ed alla mano d'opera indiretta (compresa perciò quella di progettazione) rappresenta in media circa il 30% del totale.

**2.8.** Si consideri questo esempio. Si decide di realizzarle il particolare  $i$ -esimo di una macchina con procedimento di fusione in lega di Al (es.: carcassa). Sia  $V_{netto,i}$  il volume *netto* del materiale di questo particolare. Si deve maggiore questo volume tramite un'opportuna quantità  $\Delta V_i$ , stimata come percentuale, in modo da tenere conto di materozze, canali di colata e sovrametalli delle superfici lavorate. Poiché questo materiale aggiuntivo è in gran parte riciclabile immediatamente, si stima che il volume *lordo* da considerare sia pari a solo il 110÷120% del volume netto.

Sia  $C_0$  il costo per unità di volume del materiale di riferimento determinato ad un dato momento (es.: l'acciaio Fe360 nel 2006 costava 1,5÷2 €/kg ovvero:  $C_0 \approx 0,01 \div 0,015 \text{ €/cm}^3$ ). Detto  $C_{rAl}$  il costo relativo per unità di volume della lega leggera ( $C_{rAl} \approx 3$ ), resta determinato il costo del materiale del particolare  $i$ -esimo:

$$C_{mat,i} = (V_{netto,i} + \Delta V_i) \cdot C_0 \cdot C_{rAl}$$

Può essere necessario correggere questa stima tramite opportuni coefficienti per tenere conto di ulteriori aspetti quali, ad esempio, precisione, finiture o difficoltà d'esecuzione superiori a quelle usuali.

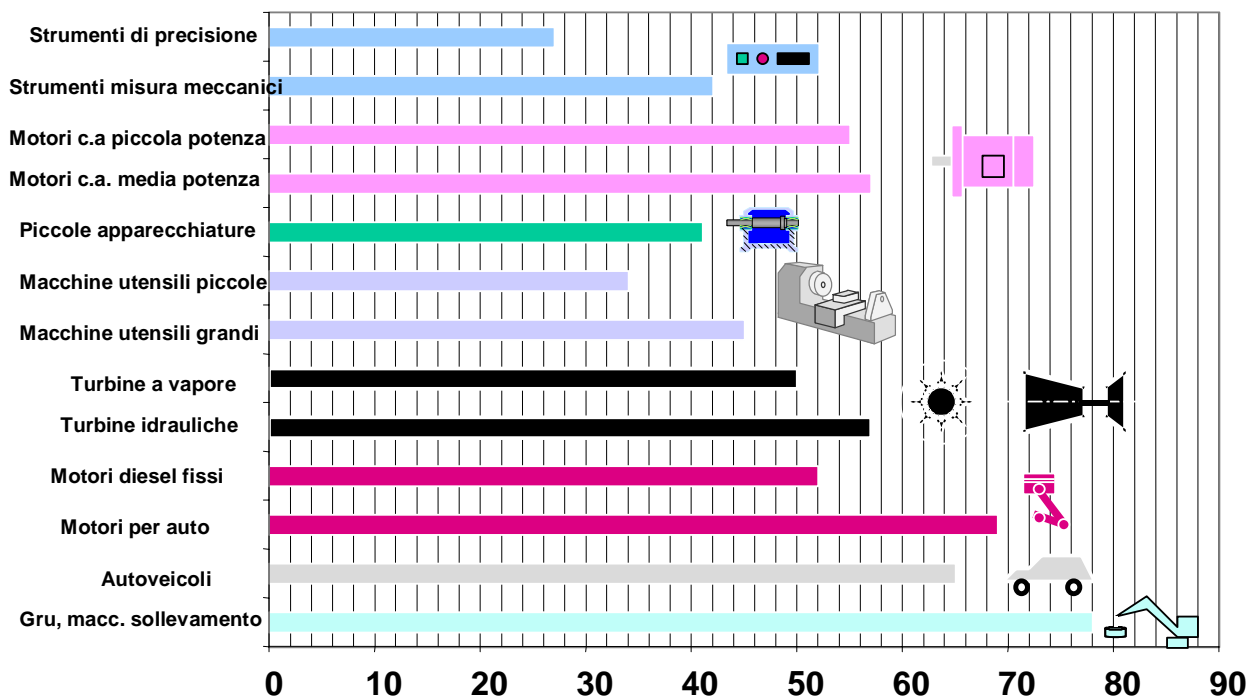
Dato il disegno d'assieme di un gruppo meccanico, elencando tutti i costi sulla distinta delle parti si ottiene in questo modo la “*distinta base valorizzata*” dove si indicheranno anche i costi dei componenti acquistati. La sommatoria di tutte le voci di costo fornirà il costo dei materiali complessivo:

$$C_{mat,tot} = \sum C_{mat,i}$$

Detta  $K$  l'aliquota rappresentata dal costo dei materiali rispetto al costo di fabbricazione di quel particolare tipo di prodotto (vedi figura seguente), si calcolerà infine:

$$C_{fabbricazione} = (C_{mat,tot})/K$$

## Rapporto K= costo materiali/costo fabbricazione (%)



(da VDI2225, 1996)

**2.9.** La scelta finale dei materiali deve inoltre considerare sia la compatibilità con una tecnologia fattibile, sia la disponibilità nel breve e nel lungo periodo, sia i costi relativi all'esercizio ed alla fine vita.

Questi ultimi riguardano i consumi d'energia, i lubrificanti, ecc., i costi di manutenzione ordinaria e straordinaria (es.: sostituzioni di parti soggette ad usura), le eventuali possibilità di riciclo o di uso continuato, gli eventuali costi di smaltimento del rottame.

In altre parole occorre basare la scelta definitiva su un'analisi dei costi sull'intero ciclo di vita del prodotto.

**Riferimenti** (per eventuali approfondimenti nell'ambito della Laurea specialistica)

1. Ashby, *Materials Selection in Mechanical Design*, Pergamon Press, 1992 (Biblioteca Facoltà Ingegneria)
2. Verein Deutscher Ingenieure, linea guida VDI2225, 1996 (idem c.s. con traduzione in italiano separata)
3. Michaels, Wood, *Design to Cost*, Wiley, 1989 (idem c.s.)
4. Bralla (coord.), *Handbook of Product Design for Manufacturing (DfM): A Practical Guide to Low Cost Production*, McGraw Hill, 1990 (idem c.s.)
5. [www.msn.cam.ac.uk/map](http://www.msn.cam.ac.uk/map)
6. Eckold, *Design and Manufacturing of Composite Structures*, Woodhead, 1994 (idem c.s.)

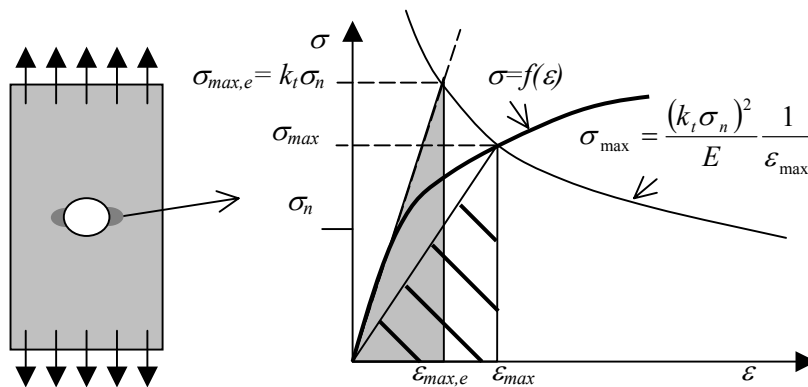
### § 3 - VERIFICHE CON CARICHI STATICI

Integrazione dei Capp.4, 5 e 6 del testo di Juvinall e Marshek già citato.

#### 3.1. Concentrazione delle sollecitazioni in campo elasto-plastico

Il fenomeno della plasticità dei materiali duttili tende a *ripartire* uniformemente la *tensione*, attenuandone il valore massimo nelle zone d'*intaglio* ed invece tende a *concentrare* la *deformazione*.

E' utile poter calcolare tensioni e piccole deformazioni inelastiche di limitate zone plastiche di fondo intaglio utilizzando i risultati forniti da un'analisi elastica<sup>4</sup>. Secondo Neuber (1960) l'energia elasto-plastica  $U_{ep}$  nella zona più sollecitata è proporzionale, approssimativamente, all'area triangolare tratteggiata in figura. Inoltre, l'energia elasto-plastica è ipotizzata pari all'energia  $U_e$  fornita dal modello elastico lineare.



Assumendo che la tensione nominale  $\sigma_n$  sia in campo elastico, si può scrivere allora:

$$dU_e = \frac{1}{2} \sigma_{\max,e} \varepsilon_{\max,e} dV = \frac{1}{2} k_t \sigma_n k_t \varepsilon_n dV$$

$$dU_{ep} = \frac{1}{2} \sigma_{\max} \varepsilon_{\max} dV$$

Uguagliando queste due energie, si può perciò scrivere:

$$\sigma_{\max} \varepsilon_{\max} = \sigma_{\max,e} \varepsilon_{\max,e} = k_t^2 \sigma_n \varepsilon_n$$

$$k_\sigma k_\varepsilon = k_t^2$$

dove si sono introdotti sia il coefficiente di concentrazione *delle tensioni*  $k_\sigma$  sia quello di concentrazione *delle deformazioni*  $k_\varepsilon$  definiti dalle:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}; \quad k_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_n}$$

E' noto che  $k_\sigma \rightarrow 1$  con carichi crescenti, per effetto dello snervamento del materiale. Secondo la relazione di Neuber, per il coefficiente di concentrazione delle deformazioni con carichi crescenti sarà:  $k_\varepsilon \rightarrow k_t^2$ .

Supponendo nota la relazione  $\sigma = f(\varepsilon)$  del materiale, si può scrivere il seguente sistema d'equazioni:

$$\sigma_{\max} \varepsilon_{\max} = k_t^2 \sigma_n \varepsilon_n = k_t^2 \frac{\sigma_n^2}{E}; \quad (\mathbf{a})$$

$$\sigma_{\max} = f(\varepsilon_{\max})$$

<sup>4</sup> L'analisi "non lineare" su elaboratore permetterebbe di stabilire i valori cercati. Questo tipo di analisi è però assai meno rapido ed agevole dell'analisi elastica lineare.

Per ogni dato intaglio e per ogni data sollecitazione nominale i valori di  $k_t$  e  $\sigma_n$  sono prefissati; il criterio di Neuber equivale perciò al tracciamento di un'iperbole di equazione:

$$\sigma_{\max} = \left( k_t^2 \frac{\sigma_n^2}{E} \right) \frac{1}{\varepsilon_{\max}} = \frac{C}{\varepsilon_{\max}}$$

nel piano cartesiano tensione-deformazione; questa iperbole intercetta la curva  $\sigma - \varepsilon$  del materiale nel punto corrispondente alla massima sollecitazione locale (vedi figura a pagina precedente).

Il criterio di Neuber può essere utilizzato per imporre che la massima *deformazione* nella zona intagliata non superi un limite ammissibile (es.: ovalizzazione della sede di una coppia rotoidale dopo un sovraccarico). Noto il fattore di forma  $k_t$  dell'intaglio, si possono allora risolvere le equazioni **(a)** per stabilire il limite ammissibile della tensione nominale, e quindi il carico statico tollerabile.

**Esempio:** Calcolare la tensione nominale ammissibile in modo che la massima deformazione elasto-plastica di fondo intaglio di un elemento teso non superi un dato valore:  $\varepsilon_{\max,amm}$ .

**Ipotesi:** Il materiale ha un comportamento all'incirca elastico-perfettamente plastico con tensione di snervamento pari a  $S_y$ .

**Soluzione.** Nell'ipotesi data le **(a)** diventano:

$$\sigma_{\max} \varepsilon_{\max} = k_t^2 \sigma_n \varepsilon_n = k_t^2 \frac{\sigma_n^2}{E};$$

$$\sigma_{\max} = S_y$$

da cui, risolvendo:

$$\varepsilon_{\max} = k_t^2 \frac{\sigma_n^2}{ES_y};$$

$$\sigma_{n,amm} \leq \frac{1}{k_t} \sqrt{\varepsilon_{\max,amm} ES_y}$$

Ad esempio per un acciaio "dolce" ( $E=210$  GPa,  $S_y = 240$  MPa) con  $\varepsilon_{\max,amm}=0,3\%$  ed un intaglio caratterizzato da  $k_t=3$  si otterrebbe:  $\sigma_n|_{\varepsilon=0,3\%} = 130$  MPa.

Nei casi di sollecitazione ciclica si deve considerare, analogamente, il campo di variazione della tensione nominale  $\Delta\sigma_n$ . Inoltre occorre determinare la curva *ciclica* tensione-deformazione del materiale<sup>5</sup>. Infine si deve tenere conto del fatto che, durante la fase di scarico, il comportamento torna ad essere elastico. Con queste precauzioni si possono determinare, tramite relazioni analoghe alle **(a)**, i valori di  $\Delta\sigma_{\max}$  e  $\Delta\varepsilon_{\max}$ .

### 3.2. Fattore di partecipazione plastica

E' noto che nei casi di flessione (o di torsione) il momento che provoca la completa plasticizzazione di una sezione è superiore al valore limite di proporzionalità. Quest'ultimo valore si ottiene ponendo:  $\sigma_{\max,e} = S_y$  nella relazione di calcolo valida in campo elastico. La plasticità permette infatti la *partecipazione*, con

<sup>5</sup> La risposta  $\sigma-\varepsilon$  di un materiale metallico caricato ciclicamente è diversa da quella della prova di trazione, per gli opposti fenomeni dell'incrudimento ciclico (materiali ricotti) o dell'addolcimento ciclico (materiali trattati od incruditi).



tensioni elevate  $\sigma \rightarrow S_y$ , di zone della sezione che in campo elastico sono poco sollecitate. Ad esempio per una trave inflessa a sezione rettangolare di lati  $B$ ,  $H$ , se il materiale ha comportamento elastico - perfettamente plastico (es.: acciaio "dolce") sarà:

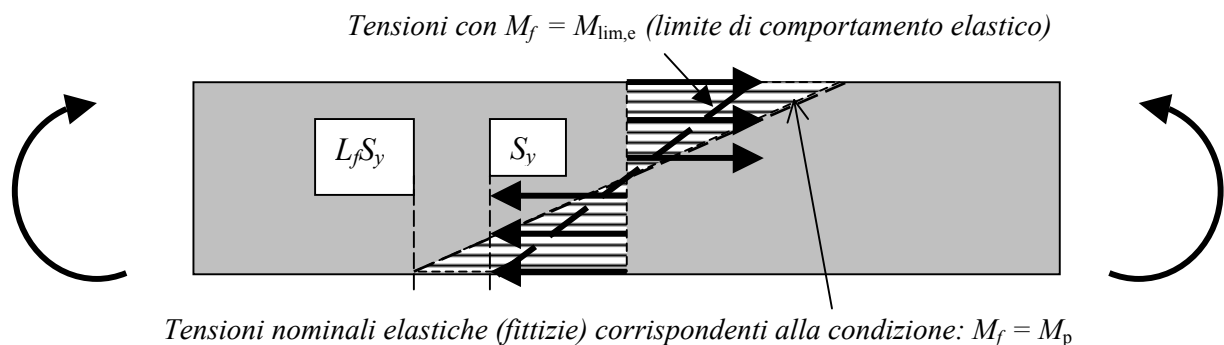
$$M_{\lim,e} = \frac{S_y B H^2}{6} ; \quad M_p = \frac{S_y B H^2}{4} = 1,5 M_{\lim,e}$$

Il rapporto tra il momento flettente di completa plastizzazione  $M_p$  (o di formazione di una *cerniera plastica*) ed il momento al limite dell'elasticità  $M_{\lim,e}$  è detto *fattore di partecipazione plastica*:

$$L_f = \frac{M_p}{M_{\lim,e}}$$

Nel caso della sezione rettangolare  $L_f=1,5$ . Per altre forme di sezione  $L_f$  sarà tanto più prossimo all'unità quanto minore sarà il materiale posto in vicinanza dell'asse neutro (es.: sezione a doppio T con anima sottile:  $L_f=1,1 \div 1,2$ ); al contrario  $L_f$  sarà relativamente elevato se la maggior parte del materiale è in vicinanza dell'asse neutro (es.: sezione circolare piena:  $L_f=1,7$ ; sezione a losanga sollecitata lungo la diagonale  $L_f \geq 2$ ). Analoghe considerazioni valgono per il caso della torsione (es.: sezione anulare a parete sottile oppure, all'opposto, sezione circolare piena).

Tra la massima tensione *elastica*, calcolata per il carico di completa plasticizzazione della sezione, e la tensione limite di comportamento elastico vi sarà lo stesso rapporto che esiste tra le corrispondenti coppie, com'è mostrato dalla figura seguente.



Perciò il massimo valore calcolato della *tensione nominale elastica* può superare alquanto il limite di snervamento senza che si determini necessariamente il cedimento per collasso plastico di una trave inflessa. Ciò sarà tanto più evidente quanto maggiore sarà il fattore di partecipazione plastica caratteristico della sezione.

La completa plasticizzazione della sezione (con formazione di una cerniera plastica) si può infatti esprimere scrivendo:  $\sigma_{nom, max} = L_f S_y$ .

Se la trave è vincolata in modo isostatico, non appena si verifica la completa plasticizzazione di una sezione si ha il collasso completo (labilità  $\rightarrow$  cinematismo "con forte attrito"). Se la trave (o la struttura) è iperstatica il collasso avviene quando il numero e la disposizione delle "cerniere" sono tali da renderla labile. La ricerca del carico minimo, che determina questa labilità, costituisce l'oggetto della "analisi limite" strutturale.

### 3.3. Verifica statica convenzionale

Salvo i casi in cui occorra limitare la massima deformazione (vedi il precedente esempio), la verifica statica consiste nel calcolare un coefficiente di sicurezza  $CS = F_{lim}/F_{max}$  riferendosi ad un carico  $F_{lim}$  di cedimento ed al "sovraccarico"  $F_{max}$  più elevato. Si considerano sia le possibilità di cedimento per instabilità dell'equilibrio elastico o elasto-plastico (es.: asta caricata di punta)<sup>6</sup> sia quelle di collasso plastico sia quelle di rottura vera e propria (frattura). Nella stima delle proprietà dei materiali si considerano tutti i fattori che riducono la resistenza (es.: dimensioni). Data la dispersione dei dati sperimentali, se  $S$  è una resistenza media e  $R$  l'affidabilità voluta, si usa un valore  $S_{lim}$  dato da:  $S_{lim} = S k_R$ , con  $k_R < 1$ .

Se vi è proporzionalità tra i carichi e le tensioni, per parti costruite con materiali *duttili*, vale quanto segue. Per i casi di trazione, ove il cedimento finale è preceduto da marcate deformazioni plastiche con tensione praticamente uniforme nella sezione:  $\sigma = \sigma_n = S_y$ , si può porre:

$$F_{lim} = S_y A; \quad F_{max} = \sigma_{n,max} A; \quad CS = \frac{S_y}{\sigma_{n,max}}$$

Ciò è lecito anche se sono presenti intagli *moderati*; in alcuni di questi casi il cedimento con strizione della sezione è ostacolato dal restante materiale prossimo all'intaglio (es.: maggiore resistenza *apparente* di un'asta filettata d'acciaio duttile rispetto ad un'asta cilindrica di sezione pari a quella di nocciolo).

Nei casi di flessione o di torsione, si useranno gli opportuni fattori di partecipazione  $L_f$  o  $L_t$ , dipendenti sia dalla forma della sezione resistente sia dall'andamento della legge  $\sigma$ - $\varepsilon$  del materiale (vedi manuale). Per la verifica si può porre, ricordando l'ipotesi di von Mises:

$$CS = \frac{L_f S_y}{\sigma_{n,max}} \quad \text{per la flessione}$$
$$CS = \frac{L_t S_{ys}}{\tau_{n,max}} = \frac{L_t S_y}{\sqrt{3} \tau_{n,max}} \quad \text{per la torsione.}$$

Per i materiali *fragili* (es.: ceramici) si ha  $S_y = S_U$ . La *frattura* avviene quando la massima tensione raggiunge il valore del carico di rottura  $S_U$ <sup>7</sup>. Mancando la plasticità, occorre tenere conto della eventuale concentrazione di tensione elastica, data dal coefficiente  $k_t$ , per eseguire la verifica di resistenza tramite la:

$$CS = \frac{S_U}{k_t \cdot \sigma_{n,max}} \quad (\text{materiale fragile}).$$

### 3.4 Verifica statica secondo i criteri della Meccanica della frattura

Nei componenti *con difetti* la frattura può aversi per propagazione di una *fessura* con tensione nominale *di trazione* bassa. Anche i materiali duttili fessurati possono perciò rompersi in modo apparentemente *fragile*.

La verifica di un elemento fessurato soggetto ad un dato carico, specie se esso è costruito con materiali ad alta resistenza ma poco "tenaci", richiede il calcolo del "fattore di intensificazione degli sforzi" (*stress*

<sup>6</sup> I fenomeni di instabilità, sia globale (es.: flesso torsione di travi) sia locale (es.: imbozzamento) sono molti; in campo elastico il calcolo dei relativi carichi critici si effettua con relazioni formalmente simili a quella del carico di punta.

<sup>7</sup> Nei materiali fragili spesso la resistenza in trazione è inferiore di uno o più ordini di grandezza rispetto a quella in compressione; inoltre la dispersione dei valori è elevata. In torsione, la verifica è più che soddisfatta ponendo:  $S_{Us} = S_{U, trazione} / \sqrt{3}$ . Vedi anche: criterio di rottura di Mohr Coulomb e sue modificazioni.

intensification factor, SIF)<sup>8</sup>. Tramite opportune prove con carichi lentamente crescenti se ne trova un valore critico:  $K_{IC}$ , dipendente essenzialmente dal materiale, che è detto "tenacità a frattura". Di regola si scrive:

$$K_I = \beta \sigma_n \sqrt{\pi c} \quad (\text{b})$$

Alcuni scrivono la (b) in questa altra forma:  $K_I = (q\sqrt{c})\sigma_n$  con  $q = \beta\sqrt{\pi}$ .

Il coefficiente  $\beta$  dipende dal problema considerato;  $c$  è una dimensione caratteristica della fessura. Nel caso di una fessura di dimensione  $2c$  passante attraverso lo spessore di una lastra infinita tesa con tensione nominale  $\sigma$  si trova  $\beta = 1$ .

L'indice  $I$  (primo) del fattore di intensificazione degli sforzi sta per: "primo modo di apertura" con allontanamento dei lembi della fessura. Analoghe espressioni di  $K$  valgono per i due altri casi di apertura (per scorrimento e per lacerazione), che qui per brevità non si considerano.

Il coefficiente  $\beta$  dipende:

- dalla posizione della fessura: ad esempio per fessure poste sul bordo di una lastra semi-infinita in trazione si trova:  $\beta = 1,12$ ;
- dalla dimensione relativa del *legamento* resistente; ad esempio nel caso di una lastra tesa di larghezza finita  $L$  con fessura  $2c$  trasversale e passante (area legamento  $= (L-2c)t$ ) si trova:

$$\beta = \sqrt{\sec \frac{\pi c}{L}} \cong 1 + 0,25 \frac{c}{L} - 1,15 \left( \frac{c}{L} \right)^2$$

- da altri aspetti specifici del problema.

Di regola, considerando vari aspetti, occorre calcolare:

$$\beta_{eq} = \prod \beta_i$$

Ad esempio per una fessura posta sul bordo di un foro di diametro  $d$  in una lastra tesa se  $d \gg c$  si può porre:  $\beta_{eq} = \beta_1 \cdot \beta_2$ . Si porrà  $\beta_1 = k_t$  per tenere conto della concentrazione di tensione dovuta al foro e  $\beta_2 \cong 1,12$  perché la fessura si trova sul bordo della zona tesa.

Il coefficiente  $\beta$  può variare da punto a punto lungo il fronte di una fessura. Ad esempio per fessura *non* passante di forma semiellittica in pianta, si trova che  $\beta$  è maggiore nella zona ove la fessura è più profonda.

Il calcolo di  $K_I$  può basarsi su vari risultati teorici noti, come nei precedenti esempi. Se necessario, date le ipotesi di elasticità lineare, si può usare il principio di sovrapposizione degli effetti: se A e B sono due casi noti, essendo lecito porre:  $\sigma_A + \sigma_B = \sigma_{ris}$  si può anche scrivere:  $K_I^{(A)} + K_I^{(B)} = K_I^{(ris)}$ .

Elementi fessurati con bassi carichi statici di trazione possono rompersi dopo qualche tempo per effetto della graduale aggressione dell'ambiente, che determina un avanzamento della fessura. Ciò può manifestarsi anche in ambienti debolmente corrosivi.

Fratture per tensocorrosione (*stress corrosion cracking*, SCC) sono talvolta provocate da stati di coazione di trazione, che agiscono in modo analogo ad un carico statico.

Per ogni accoppiamento materiale / ambiente occorre perciò definire un valore limite di tenacità a frattura per tensocorrosione:  $K_{ISCC} < K_{IC}$ , da utilizzare per la verifica.

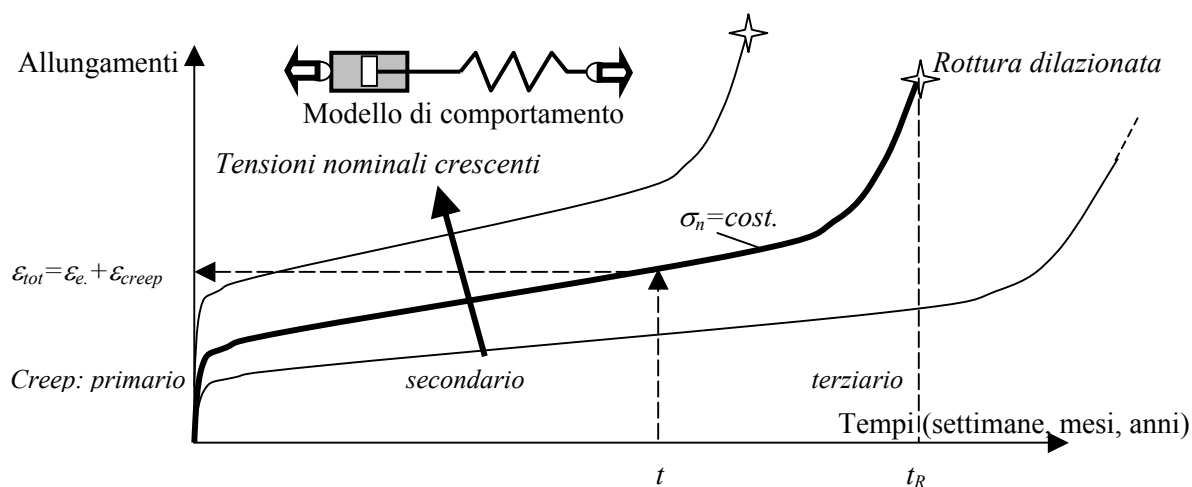
<sup>8</sup> Da non confondere con il coefficiente adimensionale di concentrazione della tensione elastica  $k_t$  (*stress concentration factor* SCF detto anche fattore di concentrazione delle tensioni teorico).

Seguendo l'approccio della Meccanica della frattura lineare detta  $c$  una dimensione caratteristica della fessura<sup>9</sup>,  $\beta$  un coefficiente geometrico caratteristico del problema e  $K_C$  la *tenacità a frattura* del materiale, si può quindi eseguire la verifica di resistenza a trazione ponendo:

$$CS = \frac{K_C}{K_{\max}} = \frac{K_C}{\beta \sigma_n \sqrt{\pi c}} \text{ oppure, con } \textit{tensocorrosione} : CS = \frac{K_{SCC}}{\beta \sigma_n \sqrt{\pi c}}; K_{SCC} < K_C$$

### 3.5 – Verifica a scorrimento viscoso (*creep*)

Se il materiale ha un comportamento visco-elastico (materie plastiche non rinforzate, metalli a temperatura  $T \geq \frac{1}{4}T_{\text{fusione}}$ ) le deformazioni tendono a crescere con carichi costanti. La figura mostra tipici andamenti osservati su acciai con prove di "scorrimento viscoso (*creep*) a caldo" in condizioni isoterme.



La verifica richiede che la tensione sia inferiore ad un limite cui corrisponderebbe, su un periodo assegnato (es.: durata di progetto × coefficiente di sicurezza *sulle durate*) una delle seguenti situazioni:

1. deformazioni totali o inelastiche (di *creep*) pari ad un limite ammissibile (es.: aumento della lunghezza di un'asta costantemente tesa: vedi figura);

oppure:

2. rottura dilazionata al termine di un dato periodo, convenientemente superiore a quello d'esercizio.

Un'importante conseguenza del fenomeno dello scorrimento viscoso consiste nel progressivo *rilassamento* ("distensione") di stati di coazione elastica. Essi sono originati sia intenzionalmente, tramite forzamento (es.: accoppiamenti albero mozzo, serraggio di bulloneria) o con trattamenti specifici (es.: pallinatura), sia accidentalmente (es.: coazioni nelle parti fuse o saldate). I trattamenti di "distensione" delle tensioni residue si possono perciò effettuare a temperature poco elevate, tali però da favorire il fenomeno del *creep*.

Inoltre, a causa del comportamento non lineare del materiale, le distribuzioni di tensione differiscono da quelle calcolate con il modello elastico lineare. Ad esempio nel caso della flessione la distribuzione delle tensioni in regime di *creep* è analoga a quella già vista al punto 3.2 a proposito dell'effetto della plasticità.

La rottura per *creep* è causata da un diffuso danneggiamento interno del materiale (micro vuoti o cricche).

<sup>9</sup> Può trattarsi di una fessura *rilevata* dai mezzi di controllo (es.: ultrasuoni) oppure *presunta* (es.: di dimensione non rilevabile).

## § 4 - VERIFICHE A FATICA

Integrazione dei capp.6 e 8 del testo di Juvinall e Marshek già citato

### 4.1. Nucleazione di fessure per fatica

In generale, il numero di cicli a rottura  $N_R$  di un elemento soggetto a fatica è dato da:  $N_R = N_n + N_p$  dove  $N_n$  è il numero di cicli occorrente per la nucleazione di una fessura “significativa” (per l’ingegnere è una fessura dell’ordine dei millimetri) e  $N_p$  è il numero di cicli di “propagazione stabile” per cui la fessura, avanzando ciclo dopo ciclo, assume la dimensione critica che determina la frattura finale “di schianto”.

In vari casi si può porre  $N_n = 0$  (es.: strutture saldate con difetti noti o ipotizzati). Invece in componenti meccanici di piccole o medie dimensioni accuratamente controllati durante la fabbricazione (es.: dentature) può risultare  $N_p \ll N_n$  e pertanto si può trascurare  $N_p$ .

Nei componenti meccanici lo stato di sollecitazione è di regola elastico e pertanto la verifica basata sul calcolo delle tensioni elastiche e sulle curve  $S-N$  o sul limite di fatica  $S_n$  del materiale può essere sufficiente.

In altri casi (es.: strutture aeronautiche) sono possibili limitate deformazioni plastiche, nelle zone di concentrazione della tensione, sotto l’azione di carichi più elevati (es.: atterraggio, raffiche). Ciò influisce sull’andamento della sollecitazione nei cicli successivi (v. esempio). In questi casi si adotta un tipo di verifica a fatica basato non solo sulle tensioni, ma anche sulle deformazioni.

---

**Esempio** Si costruiscono due provini a forma di lastra con foro centrale (vedi § 3.1) e si sottopongono ad una prova di fatica con sollecitazione alternata, con ampiezza di sollecitazione nominale  $\sigma_{a,n}$  tale da rimanere in campo elastico. Prima della prova, tuttavia, i due provini vengono sollecitati *una sola volta* con una tensione nominale  $\sigma_0$  tale da produrre una plasticizzazione della zona di intaglio, con deformazione  $\varepsilon_{max} = 0,3\%$ . Un provino è plasticizzato in trazione, l’altro provino, invece, in compressione. Si richiede di definire le tensioni  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$  che saranno presenti nelle zone d’intaglio, durante la prova di fatica.

#### Dati

- Tensione nominale applicata prima della prova:  $\sigma'_0 = \pm 130$  MPa
- Ampiezza della tensione alternata nominale di prova:  $\sigma_{a,n} = 30$  MPa.
- Materiale elastico – perfettamente plastico con carico di snervamento:  $S_y = 240$  MPa .
- Il comportamento  $\sigma-\varepsilon$  del materiale è identico in trazione e compressione.
- Coefficiente teorico di concentrazione di tensione  $k_t = 3$ .

**Soluzione** Si consideri il provino (1). Il carico iniziale è applicato in trazione, plasticizzando il materiale, e viene quindi rimosso. Dall’esempio a pag. 16, si sa di già che nella zona di fondo intaglio si raggiunge inizialmente una tensione iniziale pari a  $S_y$  e che la deformazione massima è pari a  $\varepsilon_{max} = 0,3\%$ .

Durante lo scarico si manifestano tensioni residue autoequilibrate. Per rappresentare questa condizione, si può sovrapporre idealmente al carico esterno ed allo stato di sollecitazione elasto plastico

iniziale, un carico fittizio uguale ed opposto ed uno stato di tensione “ di scarico”. La somma di questi due stati di tensione ha risultante nulla (elemento scarico) e corrisponde allo stato di tensione residuo.

In generale, si può applicare il criterio di Neuber anche per studiare la sollecitazione indotta da questo carico fittizio, partendo, come detto sopra, dalla condizione di sollecitazione indotta dal carico reale. Questa corrisponde, come si è detto, al punto A di coordinate  $\sigma_{max} = +S_y$ ,  $\varepsilon_{max} = \varepsilon_0 = +0,3\%$  in figura ed alla tensione nominale  $\sigma_{n0} = 130$  MPa. Usando il criterio di Neuber questo punto può essere preso come origine di un sistema di coordinate ausiliario, tenendo presente che durante lo scarico dal punto A=O', il materiale mostrerà un campo elastico di estensione  $\Delta\sigma_{e,max} = 2S_y$  (scarico della trazione iniziale più massima compressione elastica).

Per convincersi del significato di porre l'origine in O' basti pensare che nel caso in cui non fosse stato precedentemente raggiunto lo snervamento (ad esempio un materiale con tensione di snervamento più alta), il punto di partenza della fase di scarico sarebbe stato (v. figura a pagina seguente) A\*, per cui, essendo lo scarico rappresentato da un segmento pari ad AB tracciato a partire da A\* si sarebbe ritornati all'origine O. Invece, per effetto della plasticità, che limita la tensione al valore dello snervamento, al termine della fase di scarico qui compare una tensione residua di compressione.

Si può così calcolare, la *variazione* di sollecitazione massima prodotta dal carico fittizio. La corrispondente variazione della tensione nominale sarà perciò:  $\Delta\sigma_n = |\sigma_{n0}|$ . Perciò:  $\Delta\sigma = k_t \Delta\sigma_n = E \Delta\varepsilon$  se:  $\Delta\sigma < 2S_y$  (campo di elasticità lineare); diversamente:  $\Delta\sigma = 2S_y$  e  $\Delta\varepsilon$  si potrà calcolare tramite la relazione di Neuber. Qui si trova:

$$\Delta\sigma = k_t \sigma_{n0} = 3 \cdot 130 [\text{MPa}] = 390 \text{ MPa} .$$

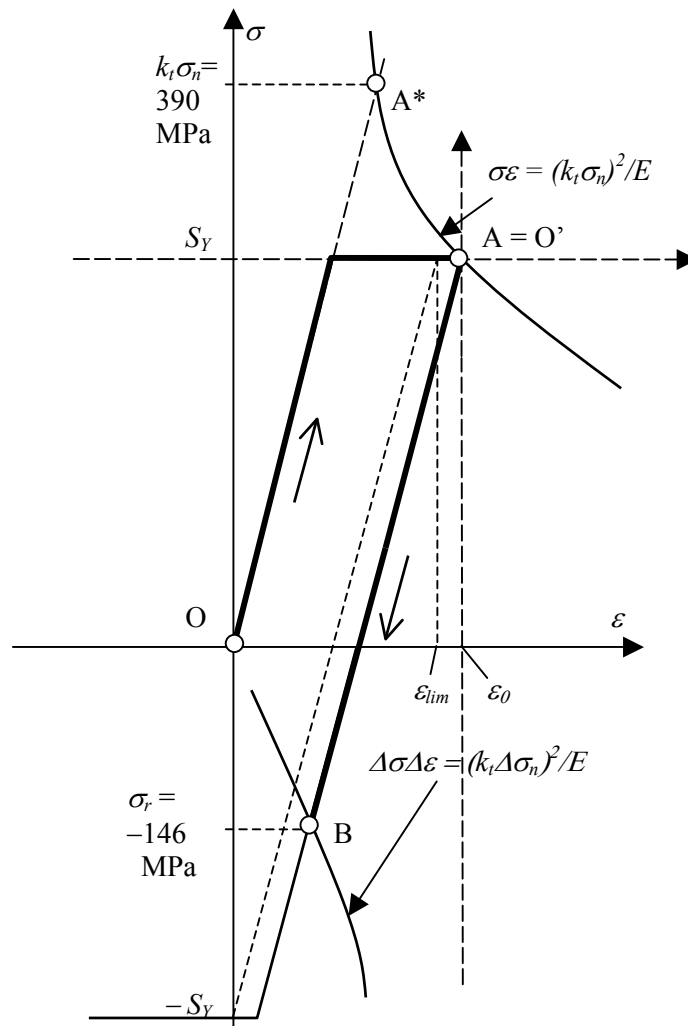
Lo scarico, infatti, avviene elasticamente, essendo  $\Delta\sigma < 2S_y$ . Pertanto a fine scarico (punto B in figura) vi sarà una tensione residua (di compressione):

$$\sigma_r = S_y - \Delta\sigma = 240 [\text{MPa}] - 390 [\text{MPa}] = -146 \text{ MPa}.$$

Si noti, nella figura seguente, che se la deformazione non supera il valore:  $\varepsilon_{lim} = 2S_y/E$  (deformazione limite di *assestamento elastico*) è concettualmente possibile annullarla senza superare il limite del campo elastico. In tale caso la tensione residua risulterebbe pari a  $\sigma_r = -S_y = 240$  MPa.

Nel caso del provino (2), si trova in modo analogo che la fase di scarico, dopo l'applicazione del carico iniziale di compressione, produce una tensione residua *di trazione*  $\sigma_r = 146$  MPa.

Quando si iniziano le prove di fatica, il materiale della zona di fondo intaglio dei due provini è sottoposto ad una tensione residua rispettivamente in compressione e in trazione.

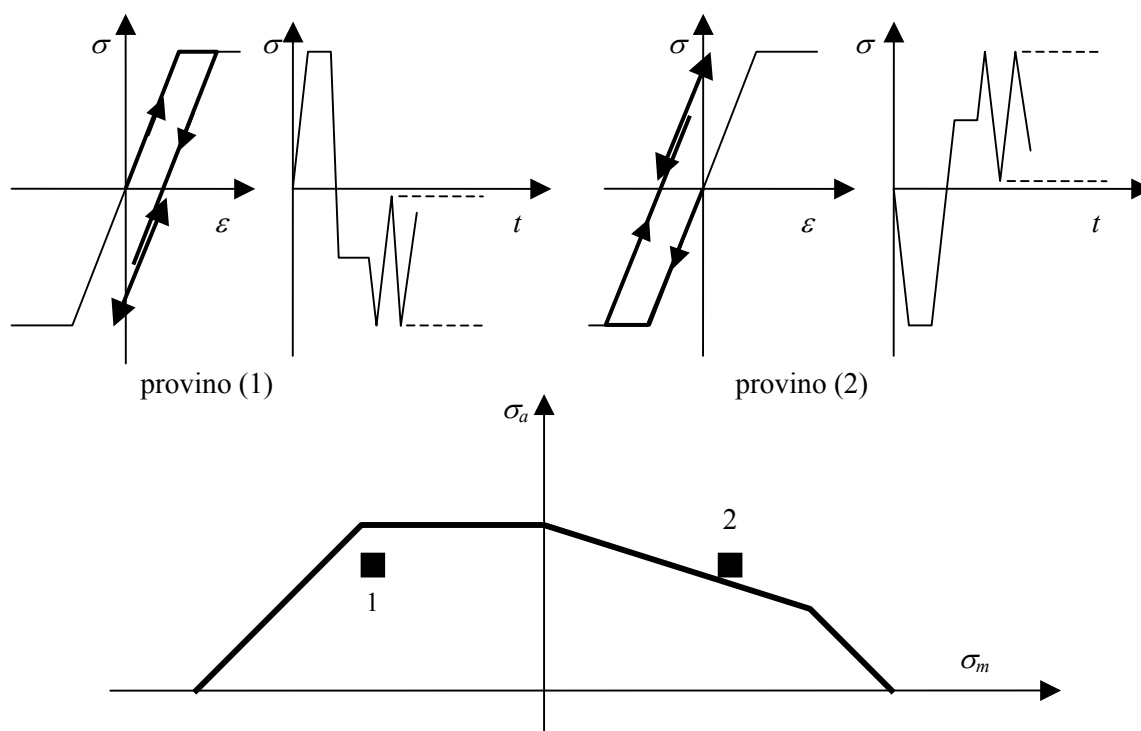


Supponendo di iniziare la prova di fatica del provino (1) con un carico di compressione (vedi figura seguente), la tensione elastica nella zona d'intaglio sarà:  $\sigma_{e,min} = \sigma_r + k_t (-\sigma_{a,n}) = -146[\text{MPa}] + 3(-30[\text{MPa}]) = -236 \text{ MPa}$ . Il materiale resta in campo elastico ed in tutti i cicli successivi è sollecitato a fatica con ampiezza  $\sigma_{a(1)} = (\sigma_{e,max} - \sigma_{e,min})/2 = 90 \text{ MPa}$ . La tensione residua resta invariata, e corrisponde ad una tensione media di valore  $\sigma_{m(1)} = -146 \text{ MPa}$ .

Nel provino (2) si ha invece: tensione residua  $\sigma_r = 146 \text{ MPa}$  e perciò la successiva sollecitazione di fatica ha una tensione di ampiezza  $\sigma_{a(2)} = 90 \text{ MPa}$  e un valore medio  $\sigma_{m(2)} = 146 \text{ MPa}$ .

Riportando i punti rappresentativi nel piano  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$  e tracciando i limiti delle condizioni di resistenza indefinita secondo il criterio di Goodman, (*diagramma di Haigh*, pag. seguente) si nota che il provino (2) probabilmente si romperà, mentre il provino (1) può resistere indefinitamente.

Tutto ciò sottolinea la dipendenza che sussiste tra lo stato di sollecitazione finale e la sequenza di applicazione del carico, qualora si oltrepassi localmente il limite elastico.



Tramite software di analisi strutturale non lineare (modello elastico + modello plastico) o tramite il criterio di Neuber, è possibile definire gli effetti della plasticità anche con sollecitazioni variabili, affaticanti, ricavando i valori di tensione e di deformazione in funzione dei carichi applicati al componente e della loro sequenza temporale. Si trovano così i valori di  $\Delta\epsilon$  e i valori di  $\sigma_{max}$  e  $\sigma_{min}$  da usare nelle verifiche.

Con apparati di prova più evoluti di quelli tradizionali si effettuano prove su campioni del materiale in controllo di deformazione, ottenendo i dati di resistenza a fatica  $\Delta\epsilon - N_R$ , da interpretare statisticamente. Con la stessa tecnica di prova si trovano inoltre le curve  $\sigma - \epsilon$  (o  $\Delta\sigma - \Delta\epsilon$ ) in condizioni di sollecitazione ciclica, da usare nei calcoli. La curva  $\sigma - \epsilon$  ciclica di un materiale è infatti diversa da quella monotona, data dalla prova di trazione, per effetto di fenomeni di addolcimento ciclico (materiali metallici trattati od incruditi) o di incrudimento ciclico (materiali metallici ricotti).

La rappresentazione della resistenza a fatica nel piano  $\Delta\epsilon/2 - N_R$  (in coordinate bilogaritmiche ed evidenziando le probabilità di rottura) fornisce in un unico grafico sia la resistenza nel campo delle medie e brevi durate, dove la curva  $S-N$  o di Wöhler perde significato, sia nel campo delle grandi durate. Ponendo  $\Delta\epsilon_e = \Delta\epsilon_p$  resta determinato convenzionalmente il numero di cicli “di transizione”  $N_{tr}$  tra il campo della fatica “oligociclica” (*Low Cycle Fatigue, LCF*) e quello della resistenza a termine con valori di  $N_R$  relativamente grandi o di resistenza indefinita (*High Cycle Fatigue, HCF*).

Nel campo delle resistenze a termine ( $N_R$  finito), la curva  $\Delta\epsilon/2 - N_R$  è approssimata tramite la combinazione della legge di Basquin (1910), relativa alla componente elastica della deformazione, con l’analoga legge di



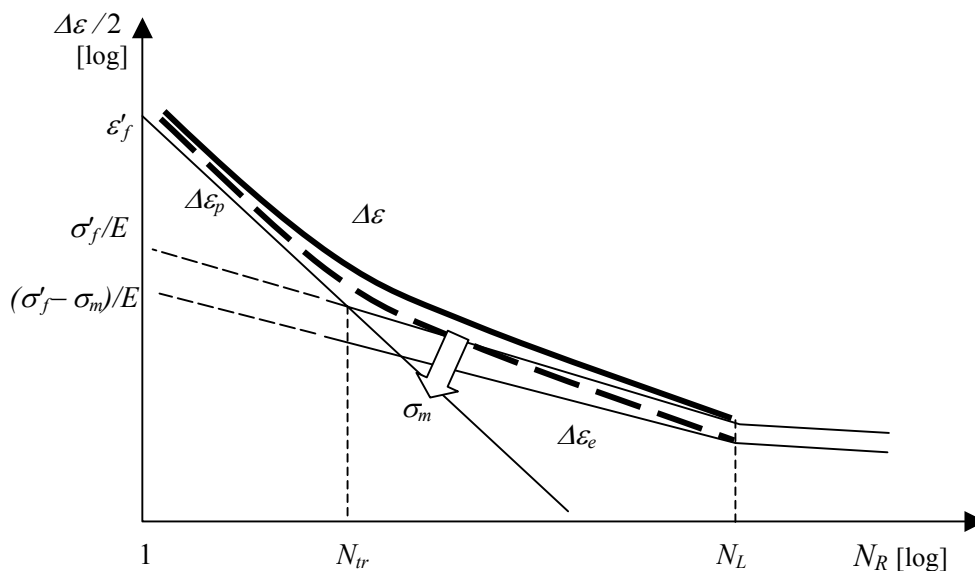
Manson–Coffin (c.a 1950) per la componente plastica<sup>10</sup>. Se la tensione media è nulla (ciclo di sollecitazione completamente alternato), in condizioni ambientali ordinarie, si avrà:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} N_R^{-b} + \varepsilon'_f N_R^{-c}$$

Il valore di  $\sigma'_f$ , ottenuto estrapolando la curva  $S-N$  per  $N_R \rightarrow 1$ , è proporzionale alla resistenza statica del materiale. L'esponente  $b$  (se i provini sono *lisci e privi di intagli*) varia poco da un materiale all'altro, essendo  $b = 0,1 \div 0,12$ . Il valore di  $\varepsilon'_f$  coincide, approssimativamente, con quello della *vera* deformazione a rottura statica  $\varepsilon_R$  del materiale. Anche l'esponente  $c$  dipende poco dal materiale, essendo  $c = 0,5 \div 0,6$ .

L'effetto della tensione media  $\sigma_m$  sulla resistenza può essere modellato, secondo Morrow (v. figura), dalla:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} N_R^{-b} + \varepsilon'_f N_R^{-c}$$



L'effetto dei fattori che tendono a ridurre la resistenza a fatica dei pezzi (es.: finitura superficiale) può essere tenuto in conto tramite opportune modifiche dell'esponente  $b$  della legge di Basquin. Si noti che ai fini di una verifica, l'effetto di concentrazione è già considerato tramite il calcolo del valore locale di  $\Delta \varepsilon$ .

#### 4.3. Avanzamento delle fessure e rottura dilazionata per fatica

Quale che sia il tipo di approccio, nel caso di durata finita si prevede la nucleazione di una fessura “significativa”, di dimensioni  $c_0$  paragonabili a quella ( $5 \div 10$  mm) della sezione di un provino analogamente sollecitato, entro un certo numero di cicli  $N_n$  e con una data probabilità.

In certi casi può essere più realistico o preferibile ritenere che una fessura di dimensioni  $c_0$  non rilevabili dal metodo di controllo adottato sia comunque presente nel manufatto.

<sup>10</sup> Talvolta si usa indicare il numero delle inversioni del carico  $2N_f$  in luogo di  $N_R$ .

Una volta che il valore di  $c_0$  sia fissato, tramite la Meccanica della frattura è possibile calcolare il numero di cicli  $N_p$  che occorrono affinché la fessura acquisti una dimensione tale da determinare la rottura “di schianto” con un dato carico applicato (es.: sovraccarico accidentale massimo di progetto).

L'azione di carichi periodicamente ripetuti tende a far avanzare il vertice di una fessura. Ciò avviene, per piccoli avanzamenti, ad ogni fase di trazione del ciclo di sollecitazione.

Il rateo (o velocità) di avanzamento per ciclo  $dc/dN$  (*crack growth rate*) dipende dal campo di variazione del fattore di intensità degli sforzi:

$$\frac{dc}{dN} = f(\Delta K) = f(\beta \Delta \sigma_{nom} \sqrt{\pi c}); \text{essendo: } \Delta K = K_{max} - K_{min}$$

Si noti che durante l'avanzamento della fessura il valore di  $\Delta K$  aumenta anche se  $\Delta \sigma_{nom}$  resta costante, perché variano sia  $c$  che  $\beta = \beta(c)$ .

I dati sperimentali individuano tipiche curve "ad S" in un piano con coordinate bi logaritmiche  $\Delta c / \Delta N$  -  $\Delta K$  (v. figura a pagina seguente).

Si può definire un valore "di soglia"  $\Delta K_{th}$  (da: *threshold*) sotto al quale "grandi" fessure poco sollecitate non mostrano alcun avanzamento. Si noti tuttavia che "piccole" fessure molto sollecitate possono avanzare anche se  $\Delta K < \Delta K_{th}$ . Per piccole fessure si usa perciò porre  $c_{eff} = c + c^*$  dove  $c^* = 1 \div 1000 \mu m$  dipende dal materiale.

Con carichi periodici di ampiezza  $\Delta \sigma_n$  costante, il tratto centrale della curva “ad S” è approssimato dalla:

$$\frac{dc}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (d)$$

(legge di Paris, ca. 1960) ove le costanti  $C$  ed  $n$  dipendono dal materiale, dalle condizioni ambientali e dal rapporto  $K_{min}/K_{max}$ . Nella Tabella a pagina seguente sono riportati valori indicativi delle costanti  $C$  ed  $n$  per alcuni materiali metallici, ricavati da prove con carichi variabili da zero ad un valore massimo costante, in ambiente ordinario di laboratorio.

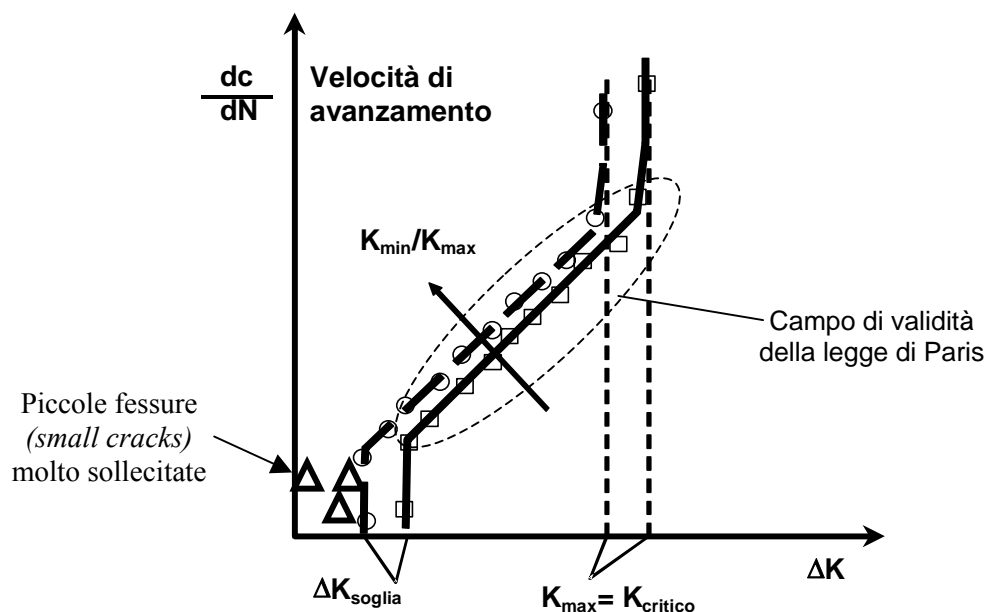
Detta  $c_0$  la dimensione iniziale di una fessura e  $c_{cr}$  quella critica per la resistenza a rottura, sarà:

$$N_R = \int_{c_0}^{c_{cr}} \frac{dc}{C(\Delta K)^n} = \int_{c_0}^{c_{cr}} \frac{dc}{C(\beta \Delta \sigma_{nom} \sqrt{\pi c})^n}$$

Poiché  $\beta = \beta(c)$ , l'integrazione, a rigore, si dovrebbe fare per via numerica.

Carichi di compressione tendono a chiudere la fessura; perciò in prima approssimazione si può ignorare l'eventuale parte in compressione di un dato andamento della tensione nominale. In generale occorre stimare un  $\Delta K_{efficace}$  corrispondente alla fase di *apertura* della fessura. Sovraccarichi o variazioni complesse del carico possono produrre coazioni residue al vertice della fessura; ciò modifica sia il valore di  $\Delta K_{efficace}$  sia il rateo d'avanzamento.

Con  $K_{superiore} \rightarrow K_C$  la velocità di avanzamento aumenta. L'ultimo ciclo di sollecitazione provoca la quasi istantanea propagazione della fessura e la frattura del legamento resistente, come nel caso statico.



Parametri dell'avanzamento di fessure per fatica (da Gugliotta, c.a 1990)

Materiali	Costanti della legge di Paris		$\Delta K_{th}$
	$n$	$C(\times 10^{-12})$	$MPa\sqrt{m}$
Acciaio ordinario da costruzione	3,3	2,4	3,2
Acciaio basso legato da bonifica, trattato	3,3	4,6	6÷2,5
Acciaio ad alta resistenza maraging	3,0	23,3	2,7
Lega Al-Zn bonificata	3,7	126,0	n.d.
Lega Al-Cu bonificata	3,7	40,0	1,7
Lega Ti-Al	3,8	9,6	n.d.

Ambiente: aria normalmente asciutta a circa 20°C;  $\Delta K$  misurati in  $MPa\sqrt{m}$ ; lunghezza fessura  $c$  in metri

**Esempio** Si vuole calcolare la velocità di avanzamento di una fessura passante posta al centro di una lamiera che viene ripetutamente tesa da un carico variabile tra zero ed un valore  $F$  noto.

**Dati:**

- Larghezza e spessore della lamiera:  $L = 500\text{mm}$ ,  $t = 5\text{ mm}$
- Dimensione iniziale della fessura:  $2c = 10\text{ mm}$
- Tensione nominale massima  $\sigma_0 = F/(Lt) = \Delta\sigma_0 = 200\text{ MPa}$
- Tensione di snervamento:  $S_y = 300\text{ MPa}$
- Tenacità a frattura (con spessore 5 mm):  $K_{IC} = 50\text{ MPa(m)}^{0,5}$
- Costante della legge di Paris  $C = 40 \cdot 10^{-12}$  (con avanzamento fessura in m/ciclo)
- Esponente della legge di Paris  $n = 3$

**Ipotesi:** Si assume la validità della legge di Paris (d) (zona centrale della curva ad S).

Si assume che il cedimento finale possa avvenire per propagazione improvvisa della fessura quando  $K_{max}=K_{IC}$  oppure quando la tensione nominale nel legamento è pari alla tensione di snervamento.

### Soluzione:

1. Si impostano i dati iniziali.
2. Si imposta l'avanzamento della fessura corrispondente ad ogni passo di integrazione; es.:  $\Delta c_i = 10\% c_i$
3. Si calcola il valore di  $(\Delta K)_i$  per il valore corrente della fessura e, quindi, per il valore corrente del coefficiente  $\beta_i = \beta(c_i)$  dato dalla relazione (c).
4. Si determina con la legge di Paris (c) il valore corrente del rateo di avanzamento per ciclo  $(dc/dN)_i$
5. Si calcola il numero di cicli  $\Delta N_i$  occorrente affinché, con questo valore del rateo, la fessura avanzi, da entrambi i lati, della quantità  $\Delta c_i$ ; sarà:  $\Delta N_i = \Delta c_i / (dc/dN)_i$
6. Si aggiorna il conteggio del numero di cicli ponendo:  $N_{i+1} = N_i + \Delta N_i$
7. Si aggiorna la dimensione corrente della fessura  $c_{i+1} = c_i + \Delta c_i$
8. Si verifica che sia:  $K_{max,i+1} < K_{IC}$  ed inoltre:  $\sigma_{max,i+1} = \sigma_0(L - 2c_{i+1})/L < S_y$
9. Si riprende dal passo n.3 oppure si indica il numero di cicli a rottura ed il modo di cedimento.

Applicando tale procedura i valori iniziali saranno:

$$c_0 = 0,005 \text{ m}; \beta_0 = 1,002 \quad \Delta c_0 = 0,0005 \text{ m} \quad \Delta K_0 = \beta_0 \sigma_0 \sqrt{\pi c_0} = 25,1 \text{ MPa(m)}^{0,5}$$

Il rateo di avanzamento corrispondente sarà:

$$\left( \frac{dc}{dN} \right)_0 = C \Delta K_0^n = 40 \cdot 10^{-12} \cdot (25,1)^3 = 0,63 \mu\text{m} / \text{ciclo}$$

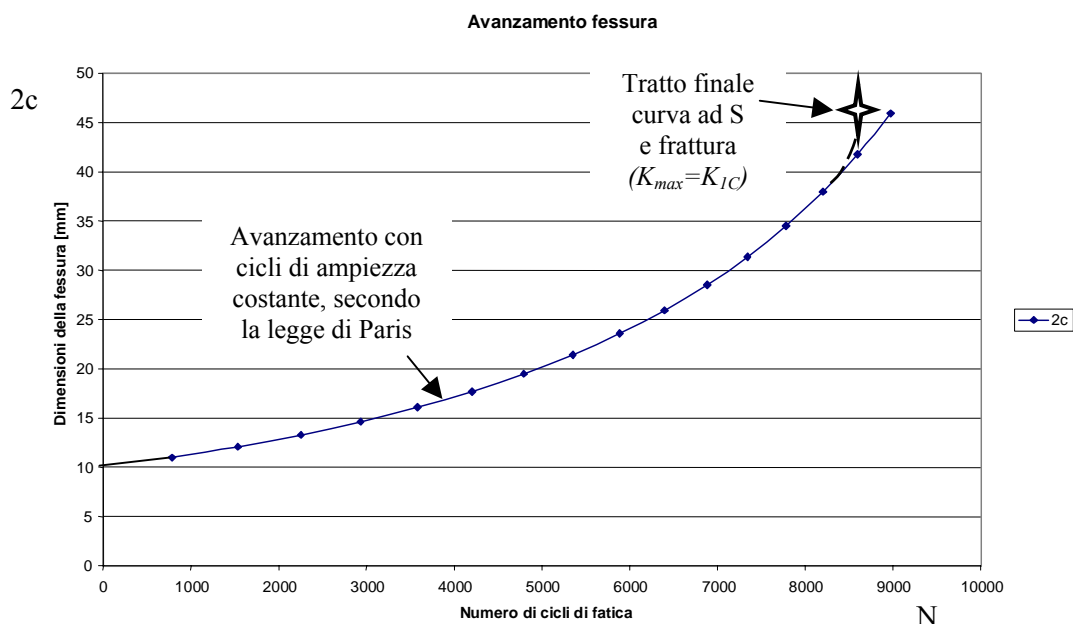
L'avanzamento  $\Delta c_0$ , pari a  $10\% c_0 = 0,5 \text{ mm}$  si otterrebbe dopo:  $\Delta N_0 = N_0 = 788$  cicli

Analogamente, al passo successivo:

$$c_1 = 0,0055 \text{ m}; \beta_1 = 1,003 \quad \Delta c_1 = 0,00055 \text{ m} \quad \Delta K_1 = \beta_1 \sigma_0 \sqrt{\pi c_1} = 26,3 \text{ MPa(m)}^{0,5} \text{ e } \Delta N_1 = 750 \text{ cicli.}$$

Il conteggio dei cicli fornirà:  $N_1 = N_0 + \Delta N_1 = 1538$  cicli.

Si determina così la legge di avanzamento  $c=f(N)$  in figura. La frattura è prevista tra 8000 e 9000 cicli.

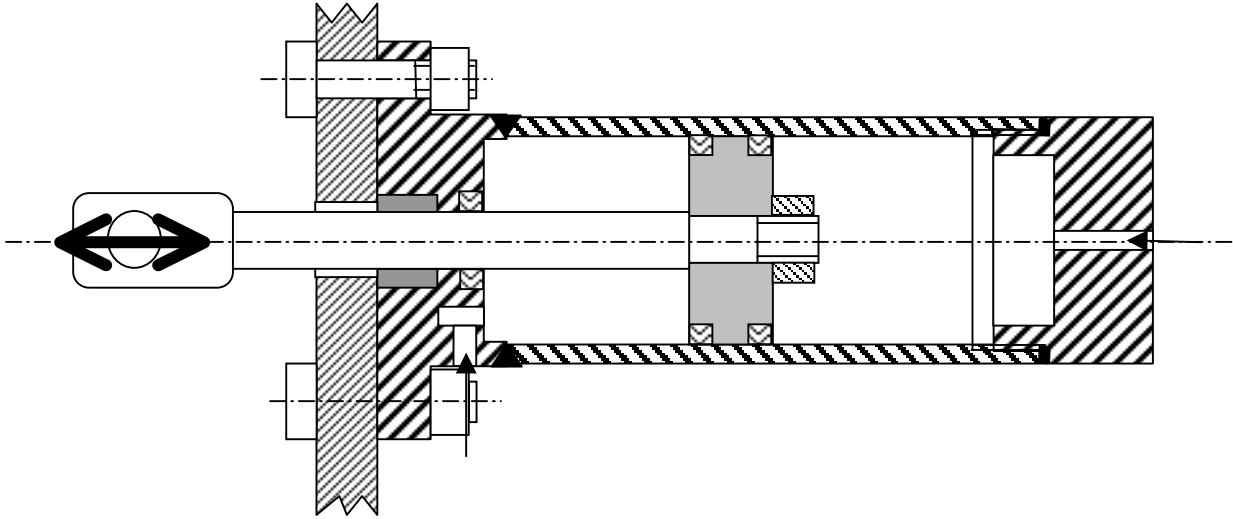


## N.2

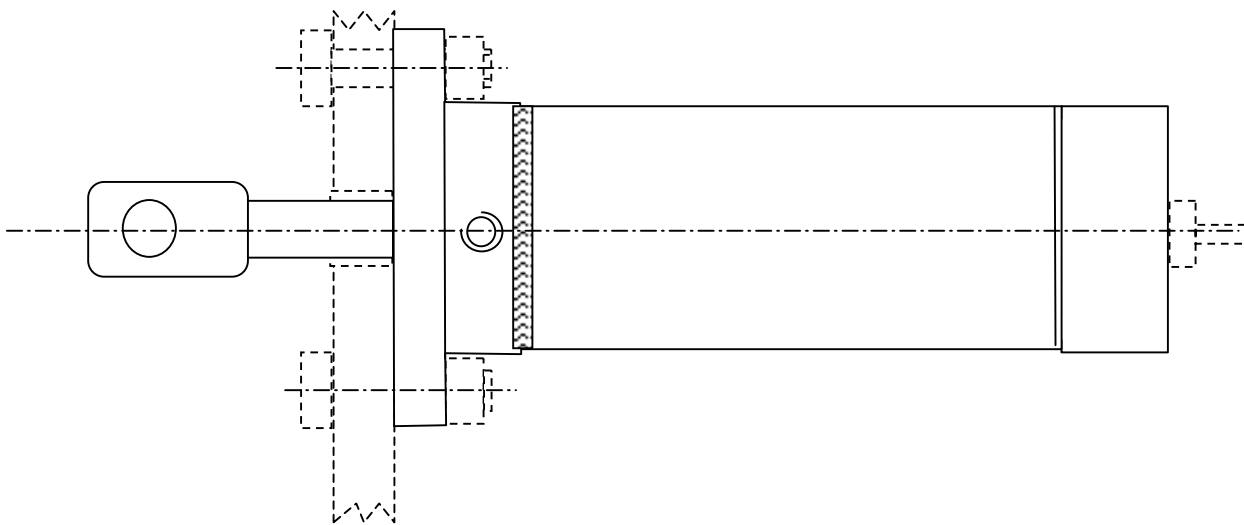
Dato il cilindro idro-pneumatico indicato in figura, supposto funzionante con moto lento alternativo:

A) Completare, indicando le forze o pressioni esterne ed interne, gli schemi di equilibrio sia dell'assieme, sia dei suoi componenti.

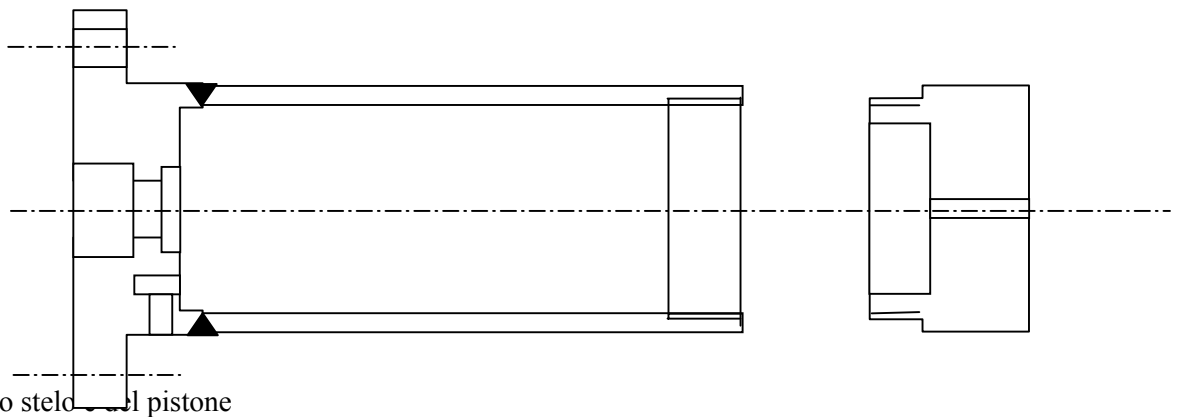
Si considerino separatamente le condizioni di pressurizzazione della camera di sinistra che di destra.



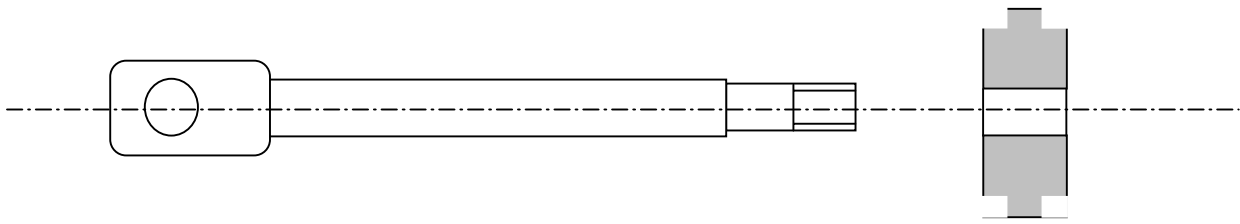
A1) Equilibrio dell'assieme



A2) Equilibrio del corpo principale e del coperchio



A3) Equilibrio dello stelo e del pistone



B) Tracciare le linee di forza relativamente ai componenti principali (corpo cilindro, stelo, ecc.) relativamente alle due condizioni di funzionamento

## Suggerimenti per la soluzione

### Equilibrio dell'assieme

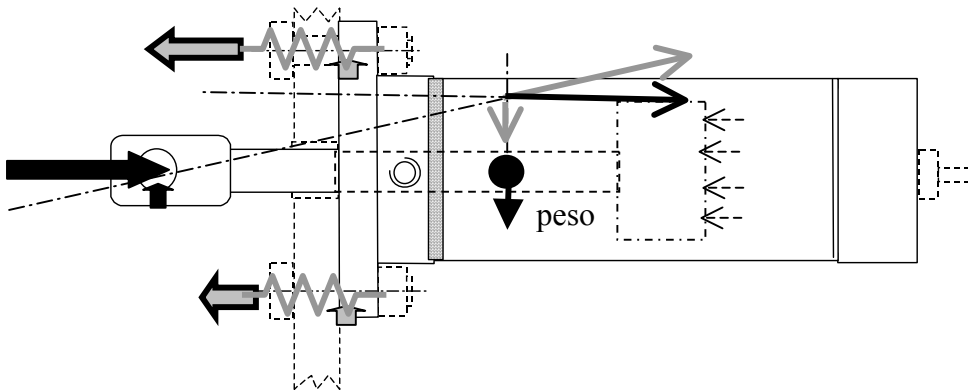
Ipotesi. a) Carico trasversale "parassita" dovuto ad errore allineamento od altre cause.

b) I bulloni NON sono precaricati

c) I carichi introdotti tramite le tubazioni d'alimentazione sono trascurabili.

Condizione di carico: cilindro alimentato dalla camera di destra.

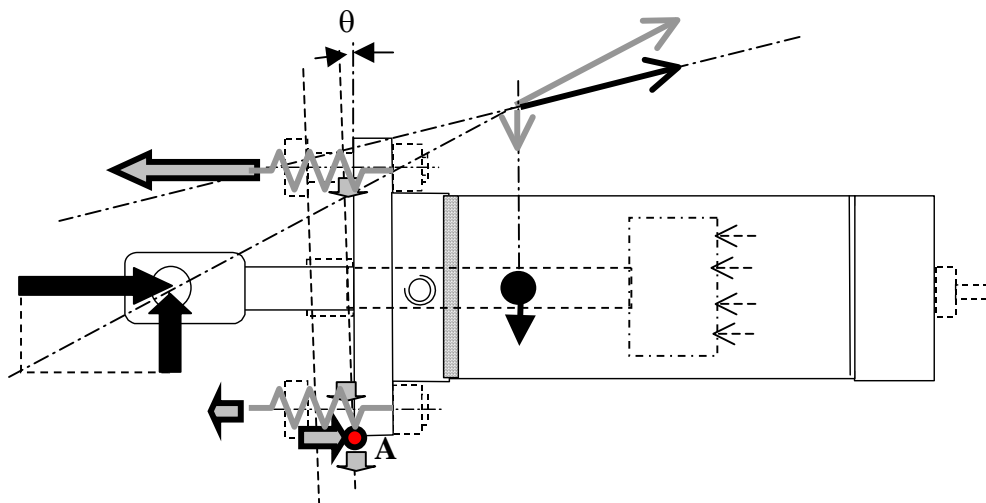
Caso 1 La retta d'azione della risultante cade nel perimetro delimitato dai bulloni di fissaggio (situazione normale). Per ipotesi i bulloni NON sono preserrati e perciò si comportano come molle:  $F_{b,i} = k\Delta_i$ , ove  $k$  è la costante elastica della molla/bullone ( $k \approx EA/l$ ) e  $\Delta_i$  il suo allungamento. Imponendo l'equilibrio si trovano queste forze assiali, che saranno più elevate sui bulloni vicini alla retta d'azione della risultante. La componente orizzontale produrrebbe forze di taglio sui bulloni.



Caso 2 La retta d'azione della risultante è eccentrica rispetto al perimetro suddetto (situazione di impiego scorretto del cilindro, per le eccessive sollecitazioni dell'asta e per l'usura di boccola, cilindro e pistone).

Nell'ipotesi che la flangia ruoti rigidamente intorno all'estremità A si determinano le forze esterne  $F_{b,i}$  agenti sui bulloni e quella tra piastra e flangia in A imponendo sia condizioni d'equilibrio sia di congruenza sulle deformazioni. Infatti sarà:  $F_{b,i} = k\Delta_i = k\theta d_i$ , dove  $\theta$  è la rotazione della flangia e  $d_i$  la distanza del bullone dall'asse A-A di rotazione. Si conclude che se tutti i bulloni sono uguali:  $F_{b,i} \propto d_i$ .

La componente orizzontale può essere equilibrata dall'attrito tra flangia e piastra in A. Diversamente si produrrà uno scorrimento ed una sollecitazione di taglio sui bulloni.

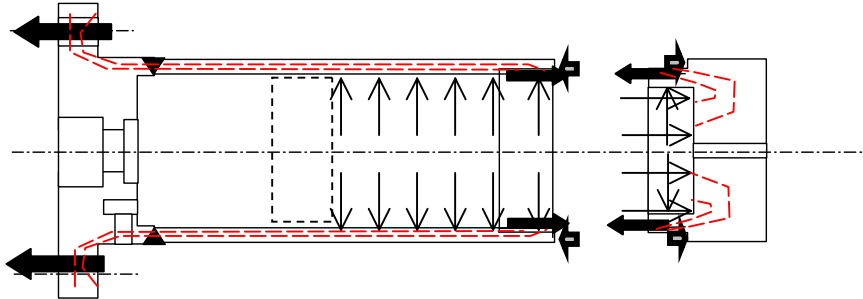


Si noti che di regola i bulloni sono preserrati. In tale caso questo schema non sarebbe più corretto. Tuttavia esso fornisce una stima approssimata delle forze esterne che modificano il precarico di trazione dei bulloni più caricati (si veda, a questo proposito il Cap.10 del testo di Juvinall e Marshek).

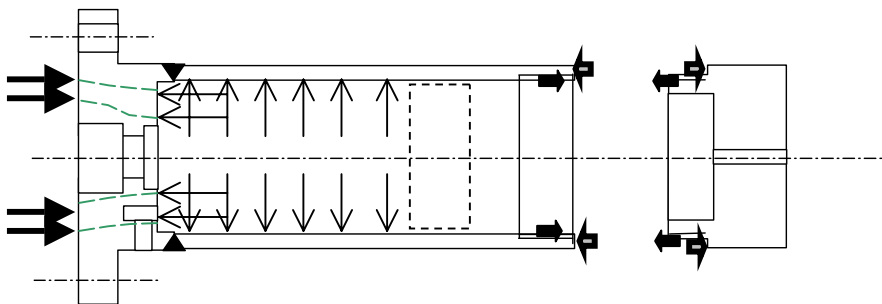
Equilibrio del corpo principale e del coperchio ed andamento delle linee di forza

Ipotesi: si considerano trascurabili sia l'errore di allineamento sia il peso proprio

Caso a) fluido in pressione nella camera di destra

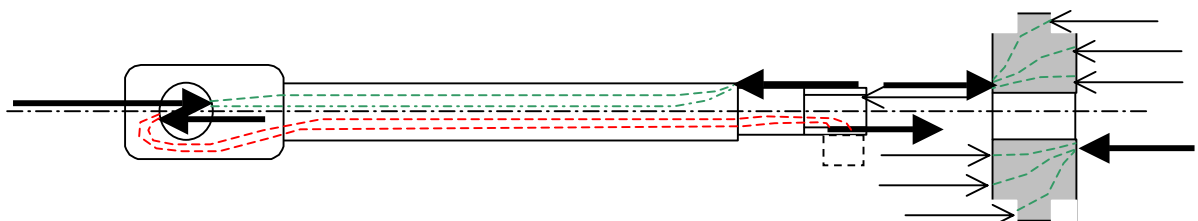


Caso b) fluido in pressione nella camera di sinistra



Equilibrio dello stelo e del pistone ed andamento delle linee di forza

In alto il caso con fluido in pressione nella camera di destra, in basso nell'altro caso.





### N.3

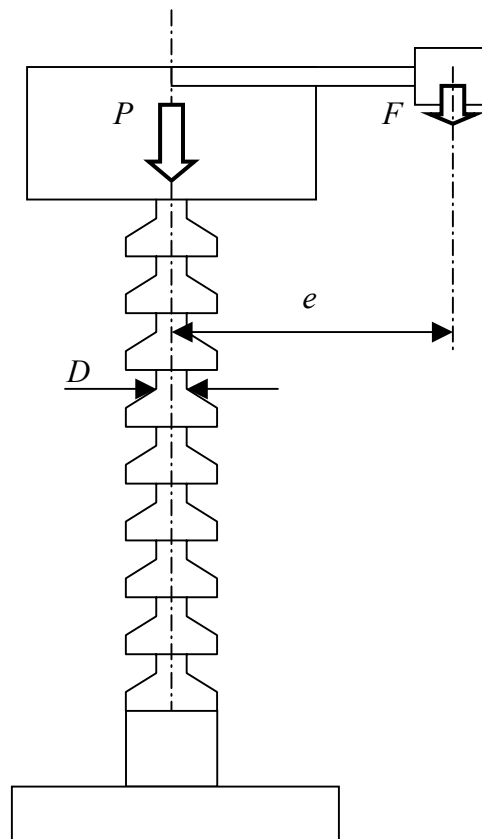
Un'apparecchiatura elettrica in tensione è sostenuta da una colonna verticale di porcellana isolante. La forma della colonna è cilindrica con alettature. Queste ultime determinano una concentrazione di tensione, di cui è noto il coefficiente  $k_t$ .

Durante il funzionamento, sull'estremità della colonna agisce saltuariamente una forza  $F$  con eccentricità  $e$  rispetto all'asse della colonna, la cui azione si somma a quella del peso proprio  $P$  dell'apparecchiatura.

Conoscendo sia le resistenze medie del materiale sia le deviazioni standard (distribuzione Gaussiana), si calcoli il coefficiente di sicurezza a rottura statica, assumendo una resistenza limite di progetto con probabilità di rottura pari a circa una su 1000 (affidabilità 99,9%).

#### Dati:

- $P = 2000 \text{ N}$
- $F = 1000 \text{ N}$
- $e = 1 \text{ m}$
- $D = 100 \text{ mm}$
- Carico unitario medio di rottura in trazione  $S_{U+} = 50 \text{ MPa}$
- Carico unitario medio di rottura in compressione  $S_{U-} = 250 \text{ MPa}$
- Dispersione delle resistenze:  $\sigma_{\text{dev. standard}} = 10\% (S_{U+})$ .



#### Ipotesi

Si suppone che il peso proprio sia determinato con esattezza e che il sovraccarico  $F$  corrisponda al massimo valore possibile nel funzionamento. Inoltre si suppongono nulli i carichi d'altra origine (es.: spinta del vento).

## Soluzione

Lo sforzo normale di compressione ed il momento flettente nella sezione resistente di diametro  $D$  valgono:

$$N = (P + F) = 3000 \text{ newton}$$

$$M_f = F \cdot e = 1000[\text{N}]1[\text{m}] = 1000 \text{ Nm}$$

Le corrispondenti tensioni nominali sono date dalle:

$$\sigma_{n,N} = \frac{4N}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 3000[\text{N}]}{\pi \cdot 100^2[\text{mm}^2]} = 0,38 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{n,M_f} = \frac{32M_f}{\pi D^3} = \frac{32 \cdot 1000 \cdot 10^3[\text{Nmm}]}{\pi \cdot 100^3[\text{mm}^2]} = 10,2 \text{ MPa}$$

Considerando la concentrazione di tensione (materiale fragile) si determinano le tensioni massime nelle zone tesa e compressa:

$$\sigma_{\max+} = k_t(\sigma_{n,M_f} - \sigma_{n,N}) = 19,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\max+} = k_t(\sigma_{n,M_f} + \sigma_{n,N}) = 21,2 \text{ MPa}$$

*Nota: di regola il coefficiente di concentrazione a sforzo normale è leggermente superiore di quello a flessione. Per semplicità qui si considera un solo valore per entrambi i casi.*

La verifica a rottura si effettua nella zona tesa, imponendo una data probabilità di rottura o d'affidabilità (= probabilità di NON rottura) e determinando di conseguenza una resistenza "di progetto".

Con distribuzioni Gaussiane (vedi Fig.6.20 a pag.236 del testo di Juvinall e Marshek) affinché la probabilità di rottura sia uno su 1000 casi occorre sottrarre alla resistenza media un valore pari a circa 3,1 volte la deviazione standard. Perciò:

$$S_{\text{progetto}} = S_{U+} - 3,1 \cdot \sigma_{\text{dev. standard}} = S_{U+} \left(1 - 3,1 \frac{\sigma_{\text{dev. standard}}}{S_{U+}}\right) = 50[\text{MPa}](1 - 3,1 \cdot 0,1) = 34,5 \text{ MPa}$$

Il coefficiente di sicurezza a rottura fragile nella zona tesa sarà:

$$CS = \frac{S_{\text{progetto}}}{k_t \sigma_{\text{nom, max}}} = \frac{34,5[\text{MPa}]}{19,6[\text{MPa}]} = 1,8$$

## Commento

In generale si può scrivere:

$$S_{\text{progetto}} = S_{\text{media}} \cdot C_{\text{affidabilità}}$$

$$\text{con: } C_{\text{affidabilità}} = 1 - k(\sigma_{\text{deviazione standard}}/S_{\text{valore medio}})$$

Il valore di  $k$  è fissato in base all'affidabilità (es.: con affidabilità  $\approx 99\%$ , dalla Gaussiana  $\rightarrow k \approx 2,4$ ).

I coefficienti d'affidabilità riportati nella Tab.15.3 a pag. 626 del testo citato sono calcolati in questo modo, assumendo una deviazione standard pari allo 8% del valore medio.

#### N.4

Una parte di una struttura meccanica, costruita con materiale duttile, è assimilabile ad una lastra tesa in una direzione.

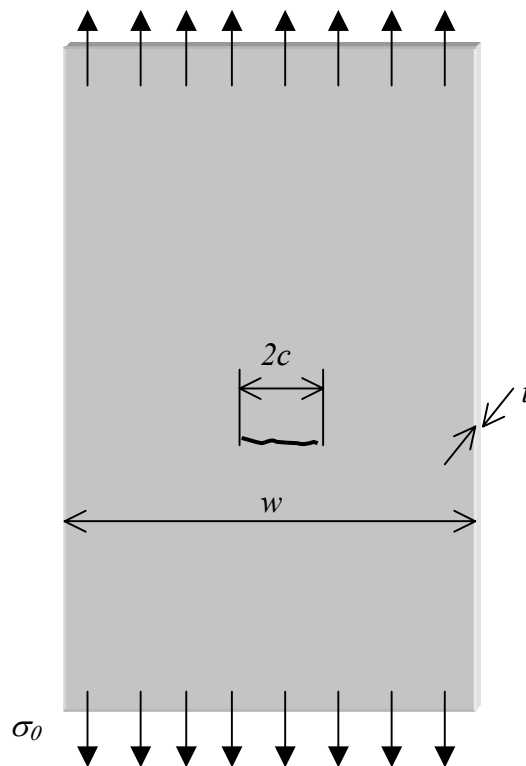
Si presume che al centro di questa lastra vi sia una fessura passante disposta perpendicolarmente al carico. Si sa che la tenacità a frattura del materiale è relativamente ridotta (es.: bassa temperatura).

Sia  $w$  la larghezza di questa lastra,  $t$  il suo spessore e  $c$  la generica semilunghezza della fessura. Si vuole calcolare il valore critico della tensione uniforme di trazione  $\sigma_0$  in funzione della lunghezza  $2c$  della fessura.

#### Dati:

- $w = 1000$  mm
- $t = 10$  mm
- Carico unitario medio di snervamento  $S_y = 200$  MPa
- Tenacità a frattura media (determinata per lo spessore  $t$ )  $K_{IC} = 50$  MPa $\sqrt{m}$
- Coefficiente d'affidabilità del materiale:  $C_{affidabilità} = 0,81$

Si ricorda che:  $C_{affidabilità} = 1 - k(\sigma_{deviazione\ standard} / S_{valore\ medio})$  ove  $k$  è fissato in base all'affidabilità richiesta.



#### Ipotesi

Si adotta la Meccanica della frattura lineare elastica per il caso di propagazione della fessura.

Si usa il modello elastico - perfettamente plastico per il caso di collasso del legamento resistente.

#### Soluzione

Lo sforzo di trazione complessivamente sopportato dalla lastra si può esprimere come segue:

$$N = \sigma_0 w t = \sigma_{legamento} (w - 2c) t$$

La condizione critica di cedimento plastico si ha quando:  $\sigma_{legamento} = S_y$  perciò:

$$\sigma_{0, cedimento} = S_{y, progetto} \frac{(w - 2c)}{w} = S_{y, media} \cdot C_{affidabilità} \frac{(w - 2c)}{w}$$

Per quanto riguarda la frattura, dalla definizione del fattore d'intensificazione degli sforzi nel primo modo d'apertura:

$$K_{IC} = \beta_{\text{geometria}} \sigma_{0, \text{frattura}} \sqrt{\pi c}$$

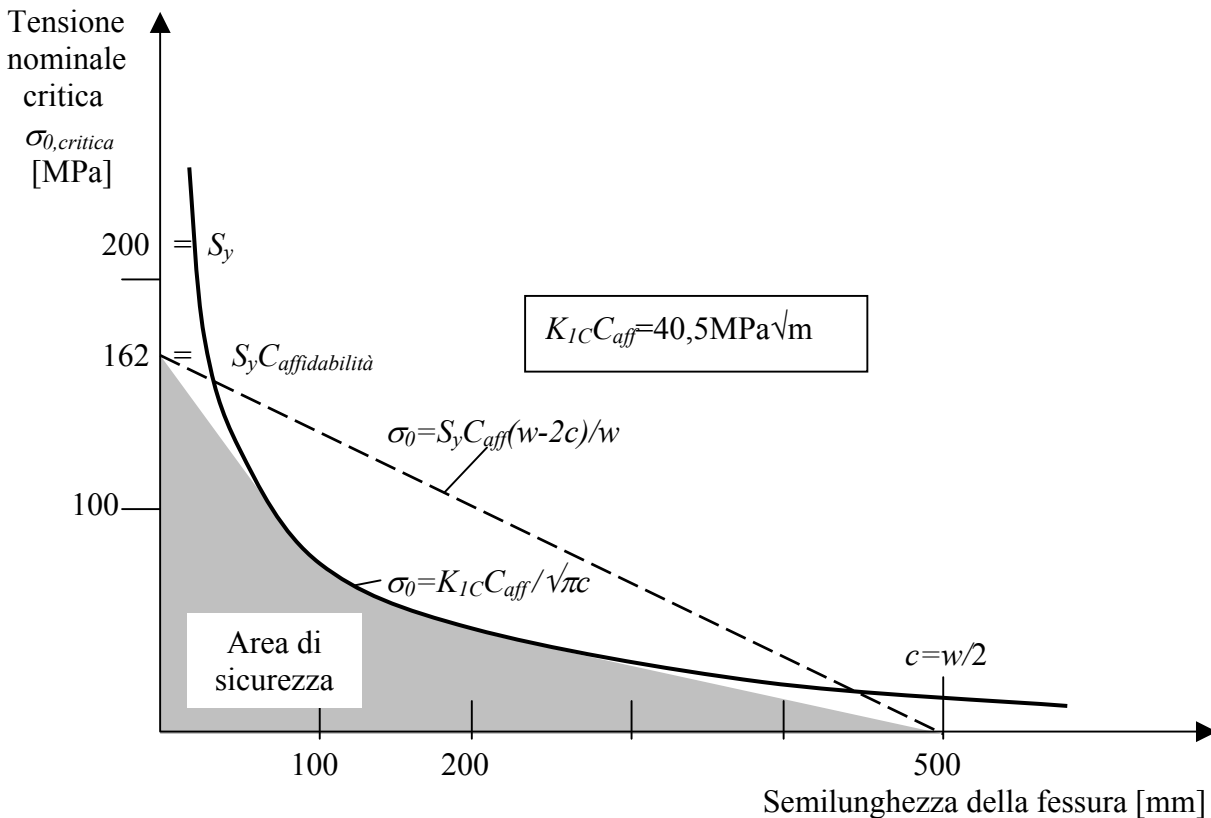
si ricava la tensione di trazione critica di frattura:

$$\sigma_{0, \text{frattura}} = \frac{K_{IC, \text{progetto}}}{\beta_{\text{geometria}} \sqrt{\pi c}} = \frac{K_{IC, \text{media}} \cdot C_{\text{affidabilità}}}{\beta_{\text{geometria}} \sqrt{\pi c}}$$

Nel caso:  $2c \ll w$  si può porre  $\beta_{\text{geometria}} \approx 1$ .

*Nota: al crescere della lunghezza fessura  $\rightarrow \beta > 1$ ; la differenza è sensibile quando la lunghezza  $2c$  della fessura è paragonabile alla larghezza  $w$  della lastra. Qui, per semplicità,  $\beta=1$ .*

Riportando le due relazioni nel grafico in figura s'individua un'area di sicurezza. Quest'area, che cautelativamente si usa delimitare tracciando le tangenti all'iperbole, si modifica con le proprietà del materiale e con la larghezza della lastra.



### Commento

La resistenza della struttura si riduce grandemente al crescere della fessura (es.: per corrosione). Il limite superiore dell'area di sicurezza definisce la "curva di resistenza residua" dell'elemento.

## N.5

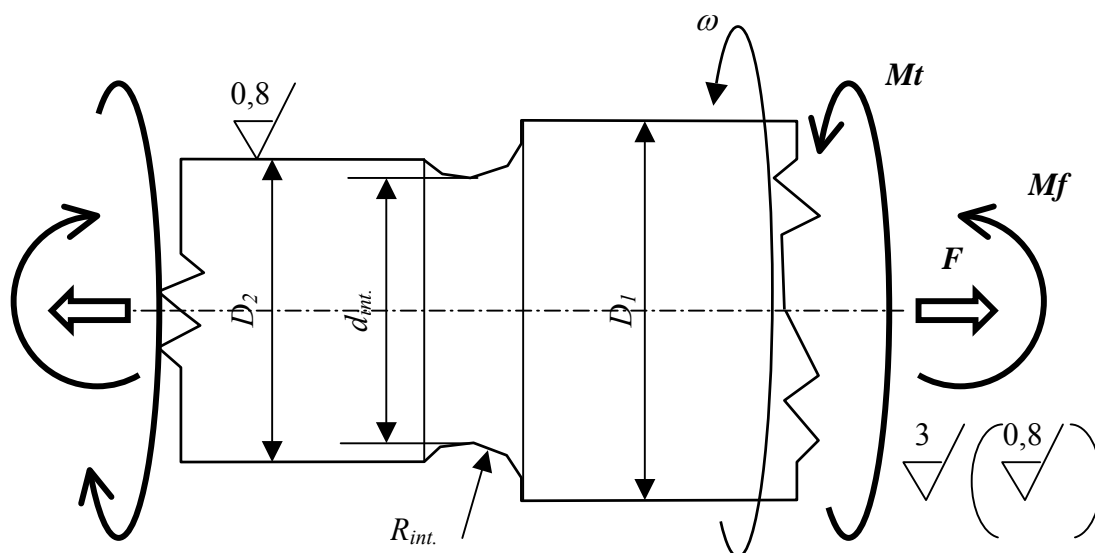
Un albero d'acciaio da bonifica, di cui interessa verificare la sezione critica in figura, può essere soggetto a sollecitazioni di:

- trazione costante e flessione rotante;
- torsione costante e flessione rotante.

Si richiedono i valori del coefficiente di sicurezza per durata infinita, assumendo valori di resistenza del materiale corrispondenti ad una probabilità di rottura su 10000 (affidabilità 99,99%).

### Dati:

- $D_1 = 65 \text{ mm}$ ;  $D_2 = 55 \text{ mm}$
- $d_{\text{intaglio}} = 50 \text{ mm}$
- $R_{\text{intaglio}} = 2,5 \text{ mm}$ , finitura come in figura.
- Momento flettente costante  $M_f = 500 \text{ Nm}$
- Momento torcente costante  $M_t = 500 \text{ Nm}$
- Sforzo normale  $F = 100 \text{ kN}$
- Materiale:
  - Tensione media di rottura statica  $S_U = 1000 \text{ MPa}$
  - Tensione media di snervamento  $S_Y = 850 \text{ MPa}$
  - Tensione media limite di fatica alternata:  $S'_n = 500 \text{ MPa}$
  - Deviazione standard sui suddetti valori: 8% del valore medio.
  - Fattore di sensibilità all'intaglio a fatica:  $q = \frac{1}{1 + \frac{a}{R_{\text{int}}}}$  con  $a \approx 0,1 \text{ mm}$
- La velocità di rotazione  $\omega$  non è particolarmente elevata
- Ambiente: interno macchina lubrificata, temperatura  $< 70^\circ\text{C}$ .
- Non vi sono tensioni residue significative nel pezzo.



### Ipotesi

Si adotta il metodo delle tensioni nominali.

I coefficienti di concentrazione delle tensioni elastiche sono stimati in base alle figg. 4.35 e 4.36 del testo di Juvinal e Marshek.

## Soluzione

La resistenza indefinita a fatica del materiale del pezzo, con sollecitazione monoassiale alternata, è data dalla:

$$S_n = S'_n C_L C_S C_G C_R$$

ove:

$$C_L = 1$$

$C_S = 0,7$  (finitura: lavorazione con macchina utensile, vedi fig. 8.13 del testo citato)

$C_G = 0,85$  (vedi Tab.8.1 del testo citato)

$C_R = (1 - k(\sigma/S'_n)) = 0,7$  (con affidabilità 99,99%  $\rightarrow k \approx 3,75$  (v. fig.6.20 testo citato)).

Si ottiene:

$$S_n = 208 \text{ MPa}$$

Le massime tensioni nominali di flessione, di torsione e di trazione nella zona d'intaglio del pezzo sono date dalle:

$$\sigma_{n,f} = \frac{M_f c}{J} = \frac{32 M_f}{\pi d_{\text{int}}^3}; \quad \tau_{n,t} = \frac{M_t r}{J_0} = \frac{16 M_t}{\pi d_{\text{int}}^3}; \quad \sigma_{n,N} = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d_{\text{int}}^2}$$

La prima relazione dà l'ampiezza del campo di variazione della tensione di flessione rotante. Le altre due riguardano le tensioni medie (costanti) rispettivamente di torsione e di trazione.

I coefficienti d'effetto d'intaglio sono calcolati tramite la:

$$k_{f,j} = 1 + q(k_{t,j} - 1)$$

ove  $q$  è il fattore di sensibilità all'intaglio del materiale (vedi dati del problema).

Nella seguente tabella sono riportati i valori calcolati nella sezione d'intaglio  $d_{\text{int}} = 50 \text{ mm}$ :

	<i>Tensioni nominali</i>	$k_t$	$k_f$	<i>Tensioni di progetto</i>
<i>Flessione</i>	<i>40,7 MPa</i>	<i>2,1</i>	<i>2</i>	<i>83,8 MPa</i>
<i>Torsione</i>	<i>20,4 MPa</i>	<i>1,6</i>	<i>1,5</i>	<i>32,1 MPa</i>
<i>Trazione</i>	<i>50,9 MPa</i>	<i>2,2</i>	<i>2,1</i>	<i>109,7 MPa</i>

In entrambi i casi (a) e (b) se si calcola la tensione equivalente di von Mises per i valori massimi del carico si ottiene un valore inferiore alla tensione di snervamento. Si utilizzano perciò i coefficienti d'effetto d'intaglio anche per il calcolo delle tensioni medie.

In entrambi i casi si determinano i coefficienti di sicurezza  $CS$  usando il criterio di Goodman:

$$CS = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_n} + \frac{\sigma_m}{S_U}}$$

Ci si riporta ad un caso monoassiale con il criterio di von Mises per il calcolo dell'ampiezza della tensione e, nel caso (b), usando il criterio di Galileo-Rankine per la tensione media equivalente:

$$\sigma_{a,eq} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = k_{f,f} \cdot \sigma_{n,f}$$
$$\sigma_{m,eq} = \frac{\sigma_m}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{2}\right)^2 + \tau_m^2} = k_{f,t} \cdot \tau_{n,t}$$

Si trovano i seguenti valori del coefficiente di sicurezza:

- Caso (a): flessione rotante più trazione costante  $CS = 1,9$
- Caso (b): flessione rotante più torsione costante  $CS = 2$ .

## Commento

Sines dimostrò che il caso (b) è meno grave di quanto previsto da questo calcolo, introducendo un criterio di verifica diverso da quello usato nel testo del Juvinall, che per brevità non si riporta.

## N. 6 – Tema di una 1.a Verifica intermedia (fine della 1.a parte del programma).

1) Determinare l'andamento delle caratteristiche della sollecitazione per il telaio di un carrello da monorotaia e scegliere quello più corretto tra i diagrammi di momento flettente in figura.

L'andamento corretto è il seguente (fare un segno sulla casella): ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ nessuno

2) La biella in figura, supposta priva di difetti, è sottoposta ad una forza normale alternata di entità nota. Stabilire, in base al disegno ed ai dati seguenti, quale sia la sezione critica per la resistenza a fatica e calcolare il coefficiente di sicurezza **medio** a fatica in quella sezione.

Dati

- Ampiezza della forza alternata applicata alla biella  $N_a=25$  kN
- Carico unitario di rottura del materiale  $S_U=1000$  MPa
- Carico unitario di snervamento  $S_Y=850$  MPa
- Limite di fatica medio (sollecitazione normale alternata):  $S'_n=0,45 S_U$
- Sensibilità all'intaglio del materiale: dato dalla relazione  $q=1/[1+(a/R_{intaglio})]$  con  $a=0,1$  mm
- Coefficiente di finitura superficiale: assumere  $C_S=0,8$
- Coefficiente dimensionale o di gradiente: assumere  $C_G=0,9$
- Grafici dei coefficienti di concentrazione della tensione (vedi figure).
- Condizioni ambientali: tali da non generare alcun effetto particolare.

Indicare la soluzione corretta:

La sezione critica è la B-B, dove il coefficiente di sicurezza vale circa 2 ☐

La sezione critica è la A-A, dove il coefficiente di sicurezza vale all'incirca 1,5 ☐

Entrambe le sezioni sono quasi ugualmente critiche e il coefficiente di sicurezza vale circa 2 ☐

La sezione critica è la A-A, dove il coefficiente di sicurezza vale circa 2 ☐

La sezione critica è la B-B, dove il coefficiente di sicurezza vale 3 ☐

3) Indicare la/le risposte corrette - se ve ne sono - relativamente alle seguenti affermazioni:

Il fattore di concentrazione delle tensioni teorico è pari al rapporto tra la resistenza a fatica senza intaglio e la resistenza con intaglio ☐ vero ☐ falso

Nessuna delle altre risposte è corretta. ☐ vero ☐ falso

Il fattore di concentrazione delle tensioni a fatica è pari al rapporto tra la resistenza a fatica senza intaglio e la resistenza con intaglio ☐ vero ☐ falso

Il fattore di intensificazione degli sforzi è proporzionale al prodotto della tensione per la radice quadrata della lunghezza di fessura ☐ vero ☐ falso

Il fattore di concentrazione delle tensioni a fatica è proporzionale al prodotto della tensione per la radice quadrata della lunghezza di fessura ☐ vero ☐ falso

4) La ruota lenta 1 di un riduttore pendolare è internamente cava ed è calettata sull'albero pieno 2 del tamburo dell'organo di una apparecchiatura di sollevamento (vedi figura). Per impedire la rotazione di tutto il riduttore attorno a questo asse, la carcassa è vincolata tramite una biella 3 ad un punto fisso. L'albero d'ingresso 4 è azionato da un motore elettrico tramite un giunto elastico che trasmette solo una coppia torcente all'albero 4.

Si chiede di calcolare le forze massima e minima agenti sulla biella 3 durante il funzionamento.

**Dati:**

- Massa del corpo durante la salita:  $M_1 = 500$  kg
- " " " discesa  $M_2 = 250$  kg
- Momento d'inerzia delle masse rotanti, ridotte all'albero del tamburo  $J_0 = 0,1$  kgm<sup>2</sup>
- Velocità di salita e di discesa a regime:  $v = 2,5$  m/s

- Accelerazione e decelerazione massime  $a = 5 \text{ m/s}^2$
- Numero di giri del motore a regime:  $N = 1530 \text{ g}'$
- Numeri di denti dell'ingranaggio: pignone: 20, ruota 64.
- Rendimento meccanico del riduttore  $\eta = 98\%$
- Dimensioni: vedi figura allegata

Scegliere, facendo un segno nella casella, le risposte (approssimata) corretta:

- Le forze massima vale: 1285 N in compress. ☐ ; la forza minima vale: 375 N in compress. ☐
- Le forze massima vale: 980 N in trazione ☐ ; la forza minima vale: 265 N in trazione ☐
- Le forze massima vale: 1050 N in compress. ☐ ; la forza minima vale: 125 N in compress. ☐
- La forza massima vale: 2 kN in trazione ☐ ; la forza minima vale: 75 N in trazione ☐
- Le forze massima vale: 480 N in trazione ☐ ; la forza minima vale: 120 N in compress. ☐

5) La resistenza di un elemento meccanico è distribuita in modo Gaussiano. La differenza tra la resistenza media ed il valore di un carico statico noto è pari a tre volte la deviazioni standard della Gaussiana. Quale delle seguenti risposte è corretta?

- La resistenza è assicurata per una durata praticamente infinita ☐
- Vi sarà, all'incirca, una probabilità di cedimento su 1.000.000 ☐
- Non si può rispondere mancando il valore della deviazione standard ☐
- Vi potrebbero essere rotture nel 10% dei casi ☐
- L'affidabilità ottenuta è quasi pari al 99,9% ☐

6) Una trave a sezione quadrata cava, realizzata con un materiale noto, è sottoposta a flessione pura. Si chiede di calcolare i valori del momento flettente corrispondenti a:

- A. completa plasticizzazione della sezione integra, non fessurata (cerniera plastica)
- B. frattura per propagazione di una fessura trasversale passante nella zona maggiormente tesa (assumere, per semplicità, la relazione valida per lastra infinita tesa)

Dati:

- Altezza e larghezza della sezione  $H=B= 100 \text{ mm}$
- Spessore  $t= 25 \text{ mm}$
- Tensione di snervamento  $S_Y= 300 \text{ MPa}$
- Tenacità a frattura  $K_{IC}= 20 \text{ MPa(m)}^{0,5}$
- Lunghezza della fessura  $2c= 10 \text{ mm}$

Scegliere, facendo un segno nella casella, le risposte corrette. Il cedimento avviene per:

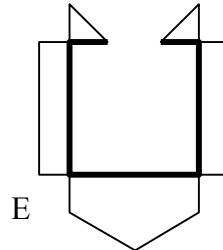
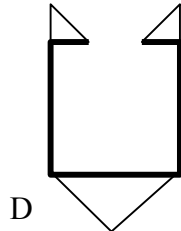
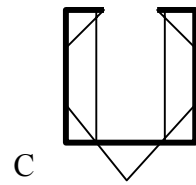
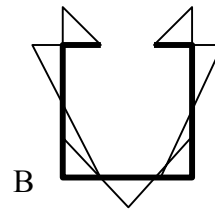
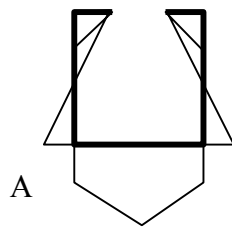
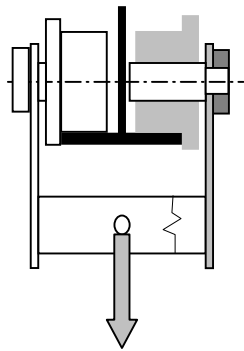
- |  |                          |  |                          |
|--|--------------------------|--|--------------------------|
| plasticizzazione con $M_f \approx 47 \text{ kNm}$  | <input type="checkbox"/> | frattura con $M_f \approx 25 \text{ kNm}$  | <input type="checkbox"/> |
| plasticizzazione con $M_f \approx 2500 \text{ Nm}$ | <input type="checkbox"/> | frattura con $M_f \approx 1250 \text{ Nm}$ | <input type="checkbox"/> |
| plasticizzazione con $M_f \approx 65 \text{ kNm}$  | <input type="checkbox"/> | frattura con $M_f \approx 800 \text{ Nm}$  | <input type="checkbox"/> |
| plasticizzazione con $M_f \approx 320 \text{ Nm}$  | <input type="checkbox"/> | frattura con $M_f \approx 2 \text{ kNm}$   | <input type="checkbox"/> |
| plasticizzazione con $M_f \approx 15 \text{ kNm}$  | <input type="checkbox"/> | frattura con $M_f \approx 72 \text{ kNm}$  | <input type="checkbox"/> |

7) Se il limite di fatica medio con sforzo normale alternato è dato da:  $S'_n=0,45 S_U$  determinare, usando il criterio di Goodman, l'analogo valore limite della **ampiezza** della tensione nel caso di sollecitazioni ripetute tra zero ed un valore massimo. Scegliere la risposta corretta tra le seguenti:

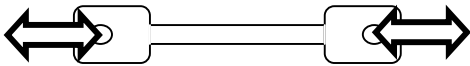
Vale all'incirca:  $0,5 S_U$  ☐  $S_Y$  (snervamento) ☐  $0,7 S_U$  ☐  $0,3 S_U$  ☐  $0,9 S_U$  ☐

8) Se si è risposto correttamente alle domande (1-7), assumere dimensioni ed ulteriori dati a piacere per verificare l'albero motore **4** radente del riduttore della domanda (4) con i relativi cuscinetti a boccia ed attrito. Si vogliono una durata di almeno 5000 ore per le bocce (materiale: bronzo) ed una durata infinita con affidabilità 99,9% per l'albero di pezzo col pignone (mat.: acciaio da bonifica).

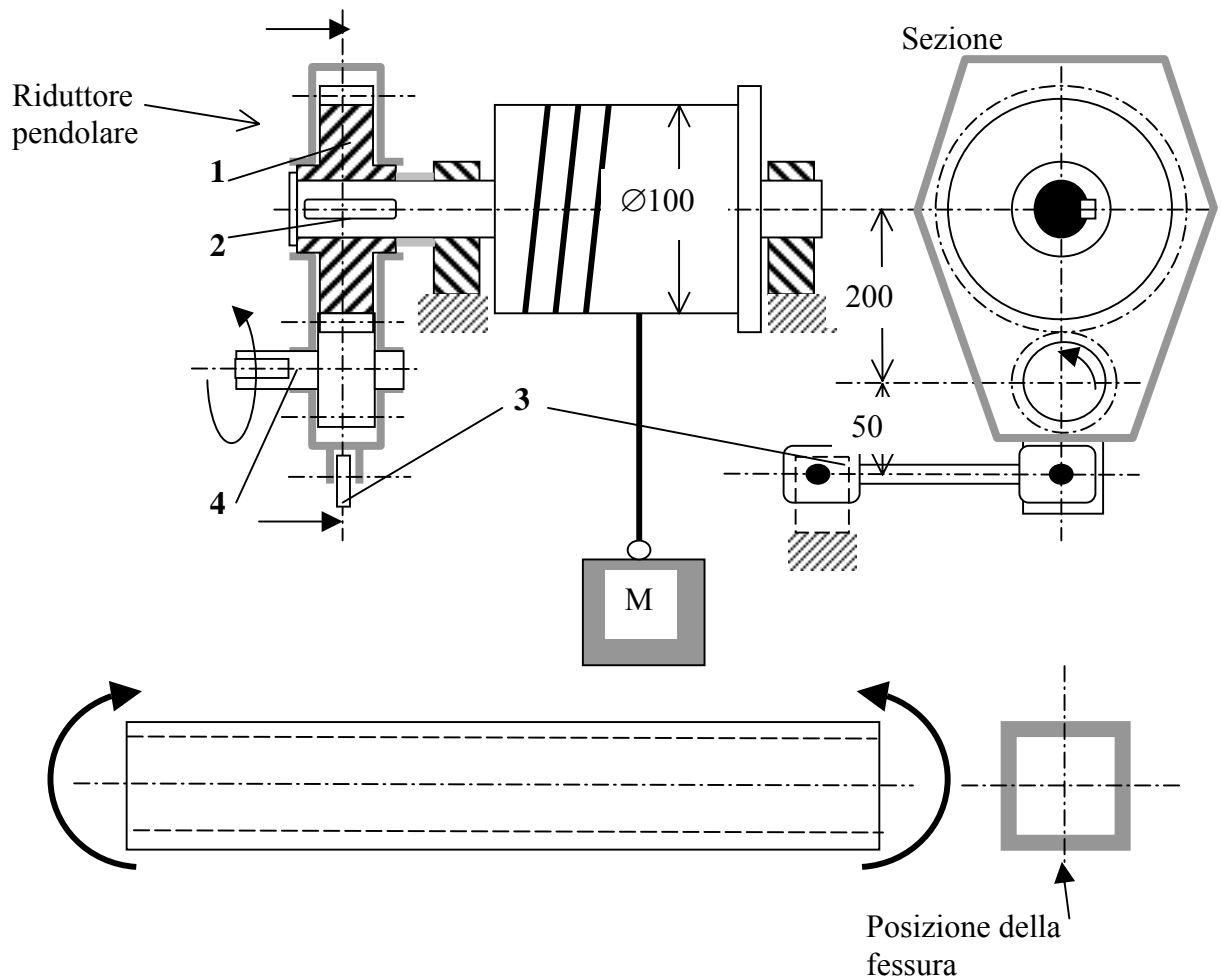
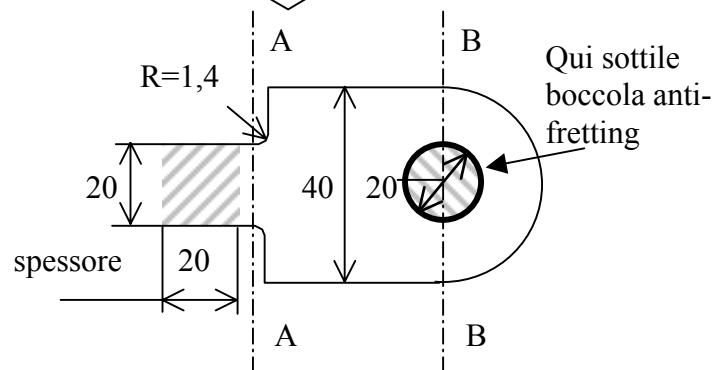




# FIGURE



Si vedano, per gli altri dati, le Figg. 4.38(b) e 4.40 (b) del testo di Juvinall e Marshek.



## RISPOSTE CORRETTE

Domanda 1 (3 punti)

L'andamento corretto del Momento flettente è il seguente: ☒ C

Domanda 2 (5 punti)

La sezione critica è A-A, dove il coefficiente di sicurezza vale circa 2. Infatti nella sezione B-B, dove il fattore di concentrazione delle tensioni a fatica è all'incirca lo stesso, la tensione varia con ciclo **ripetuto**, mentre nella sezione A-A varia con ciclo **alternato**, che è più gravoso.

Domanda 3 (3 punti)

Il fattore di concentrazione delle tensioni teorico è pari al rapporto tra la resistenza a fatica senza intaglio e la resistenza con intaglio ☐ falso

Nessuna delle altre risposte è corretta. ☐ falso

Il fattore di concentrazione delle tensioni a fatica è pari al rapporto tra la resistenza senza intaglio e la resistenza con intaglio ☐ vero

Il fattore di intensificazione degli sforzi è proporzionale al prodotto della tensione per la radice quadrata della lunghezza di fessura ☐ vero

Il fattore di concentrazione delle tensioni a fatica è proporzionale al prodotto della tensione per la radice quadrata della lunghezza di fessura ☐ falso

Domanda 4 (5 punti)

L'equilibrio alla rotazione della scatola è dato dalle reazioni opposte della biella e dell'albero dello argano. Le prevalenti coppie resistenti "di servizio"  $M_{igR}$  si sommano oppure si sottraggono alle coppie ( $M_{iaR} + J_0 d\omega/dt$ ) dovute all'inerzia. La coppia resistente trasmessa dall'albero dell'argano si somma a quella motrice, di uguale verso:  $M_m = M_R / \eta \tau$  dove  $\eta$  è il rendimento meccanico e  $\tau$  il rapporto di trasmissione ( $\tau = 3,2$ ). Durante il funzionamento dell'argano le forze massima e minima sulla biella valgono perciò rispettivamente: circa 2 kN in trazione e 265 N in trazione

Domanda 5 (1 punti)

L'affidabilità ottenuta è quasi pari al 99,9%

Domanda 6 (4 punti)

Cedimento per plasticizzazione della sezione con momento flettente:  $M_f \approx 65$  kNm e per frattura con sollecitazione in campo elastico ( $\sigma_{critico} \approx K_{IC} / (\pi c)^{0.5}$ ) perciò:  $M_f \approx 25$  kNm

Domanda 7 (3 punti)

Applicando la relazione di Goodman:  $(\sigma_a / S_n) + (\sigma_m / S_U) = 1$  con  $\sigma_a = \sigma_m$  si trova che il valore limite dell'**ampiezza**  $\sigma_a$  della tensione ripetuta tra zero ed un valore massimo è pari a  $0,31 S_U$ . La risposta corretta è: vale circa  $0,35 S_U$

Totale punteggio disponibile per le prime 7 domande: 24

A queste domande occorre rispondere in non più di tre ore, senza consultare alcun testo od appunto, se non per quanto è indispensabile (es.: valori di  $k_t$ )

**Risultato minimo ammissibile: 12 punti.**

Alla domanda n.8 (6 punti) si sarà una risposta nell'ora successiva, consultando liberamente manuali o testi per redigere una breve "relazione tecnica" (1 pagina).

Si veda, per una traccia dello svolgimento, l'esempio 8.4 del testo di Juvinall e Marshek.

Risultato minimo ammissibile sulle otto domande: 15/30

## 11 Tema prova scritta 16.9.08

In figura è mostrata il bozzello inferiore di una “taglia”, ovvero di un paranco semplice a fune metallica, destinato a sopportare il gancio che esercita la forza  $F$ . Le cinque pulegge recano ciascuna un rinvio della fune metallica di sollevamento che si avvolge sul bozzello superiore, non mostrata in figura, da cui la fune è rinviata all’organo. La fune avvolge le pulegge con un angolo nominale di  $180^\circ$ .

Il dispositivo è sottoposto per un grande numero di volte al carico  $F$ , ripetuto da circa zero al valore assegnato. Saltuariamente il dispositivo viene sottoposto a manutenzione. In tali circostanze la taglia inferiore è movimentata sostenendola tramite l’attacco forato posto in alto.

Si richiedono:

1. La traduzione del disegno in schemi di Meccanica che dimostrino d’equilibrio sia dell’insieme, sia dei principali componenti in figura, unitamente all’analisi e alla quantificazione dei carichi nelle condizioni di funzionamento indicate. Nel calcolo delle forze si possono trascurare i pesi propri rispetto ai carichi provocati dalla forza  $F$ .
2. L’analisi della sollecitazione e la verifica a resistenza dell’asse A recante le pulegge, determinando il coefficiente di sicurezza nella o nelle sezioni ritenute critiche, **da indicare** nella soluzione.
3. Dimensionamento, con lo stesso coefficiente di sicurezza determinato in (2), e **disegno** in sezione longitudinale di uno dei due perni passanti filettati P, che vincolano alle piastre Z il supporto S, a forma di arco, che sostiene il gancio.
4. (opzionale) Il calcolo della durata, con affidabilità 99%, dei cuscinetti delle pulegge.

### **Dati:**

- Il carico nominale di servizio agente sul supporto S del gancio è pari a  $F_n = 2 \text{ MN}$ .
- Fattore di sovraccarico: assumere  $K_O = 1,5$ .
- L’asse A ed i perni P sono costruiti in acciaio al C bonificato con carico unitario di rottura statica  $S_U = 1200 \text{ MPa}$ . Altre caratteristiche: ricavare dal testo o da un manuale. Lavorazioni: per l’asse ed i perni: laminazione a caldo della barra, tornitura e rettifica finale.
- I cuscinetti a rulli conici hanno capacità di carico dinamico:  $C = 280 \text{ kN}$ ; essi sono lubrificati con grasso avente viscosità cinematica, alla temperatura di regime:  $v = 100 \text{ mm}^2/\text{s}$ ; grado di pulizia normale.
- Dimensioni: vedi figura.
- Altri dati e dimensioni: da assumere a piacere e da indicare con chiarezza nella soluzione.

La soluzione deve essere sintetizzata in 2 pagg. (formato di esame).  
Gli schemi e i calcoli devono avere la massima chiarezza possibile;  
scrivere perciò le relazioni di calcolo dapprima in forma simbolica.  
Indicare le unità di misura a fianco di tutti i dati e dei risultati

**Disegno d'assieme e fotografia del dispositivo**  
(essendo simmetrico è mostrata solo metà della sezione longitudinale)

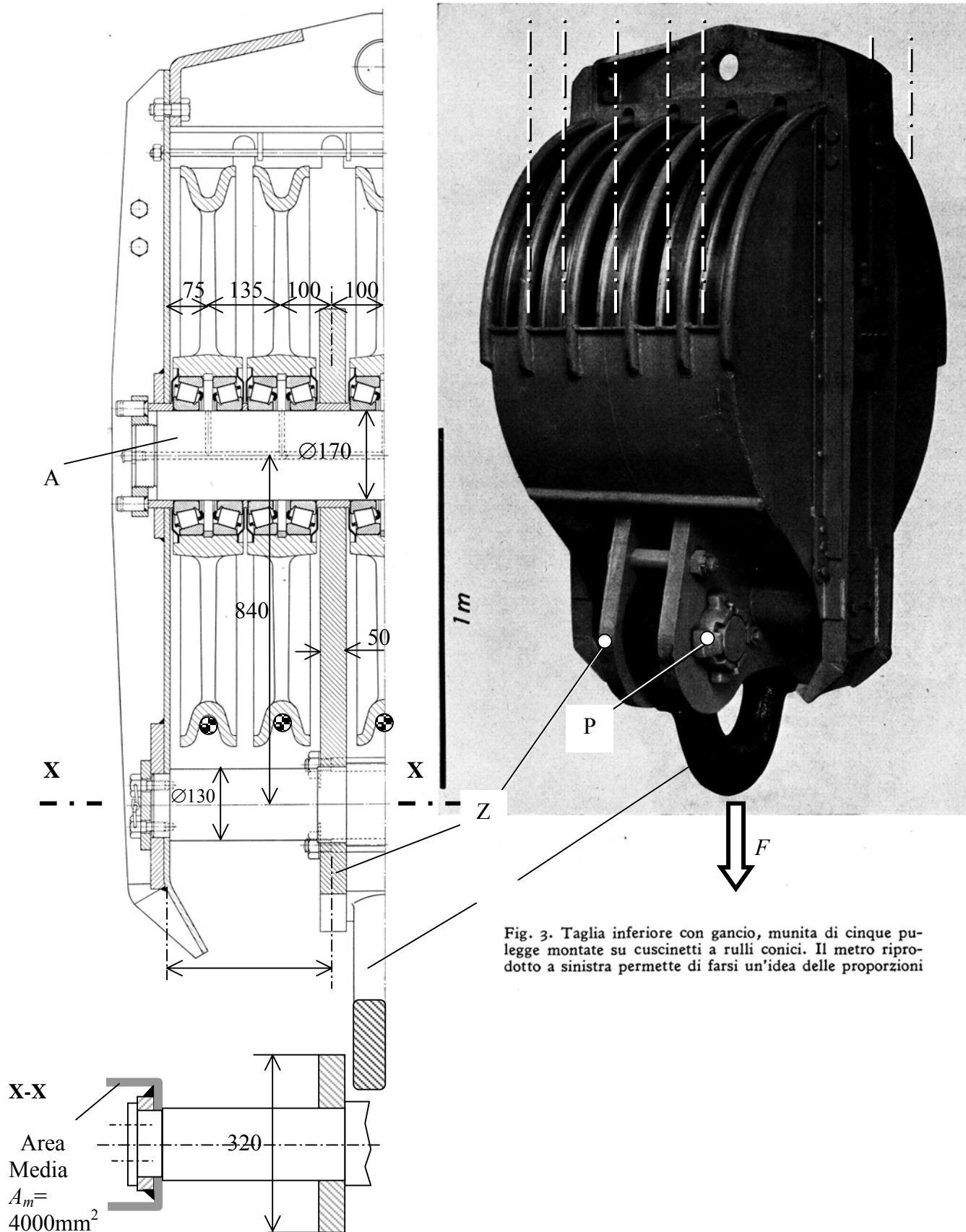
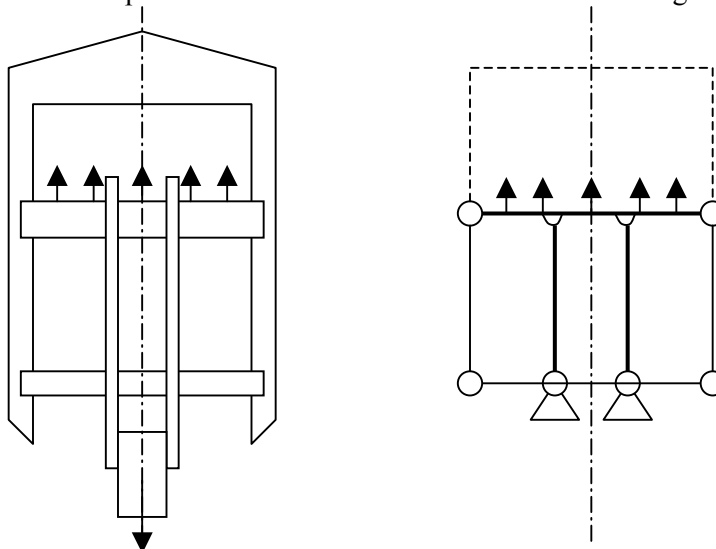


Fig. 3. Taglia inferiore con gancio, munita di cinque pulegge montate su cuscinetti a rulli conici. Il metro riprodotto a sinistra permette di farsi un'idea delle proporzioni

### Suggerimenti per la soluzione

Dallo studio delle linee di forza si riconosce che la struttura portante del bozzello è riconducibile ad un telaio. Se si assume che tra l'intelaiatura e gli assi da 170 e da 130 mm sussistano vincoli di appoggio e non di incastro (imperfetto), data la simmetria il problema si riduce alla ricerca di una sola incognita iperstatica.



Si ottengono in questo modo tutte le forze agenti sull'asse da 170 mm che occorre verificare a fatica; trascurando i pesi si ha una condizione di carico ripetuto "dall'origine".

La verifica, che può eseguirsi secondo quanto indicato sul libro di testo, può non risultare soddisfatta, anche in rapporto alle scelte dei fattori che riducono la resistenza (in particolare, trattandosi di un componente di medio-grandi dimensioni il fattore "di gradiente"  $C_G$  non sarebbe superiore a 0,7). Si tenga presente che, in realtà, l'asse andrebbe verificato a fronte di uno "spettro" o "cumulativo" costituito da carichi di ampiezza variabile, che sarebbe meno gravoso della condizione di carico qui ipotizzata sempre pari al valore massimo.

Il perno sarà dimensionato per resistere:

- allo sforzo di taglio nelle due sezioni di recisione
- alla sollecitazione affaticante di flessione, non potendosi escludere che i giochi di montaggio concedano una leggera inflessione del perno stesso, possibile causa di rottura dilazionata nel tratto centrale
- alla pressione sulle superfici di accoppiamento con le parti Z e S.

Per quanto riguarda il disegno del perno, si veda sul testo di disegno, oppure su manuali o testi di Costruzione di macchine dotati di buone illustrazioni, quale, ad esempio:

- *Lezioni di Costruzione di macchine di Lucio Lazzarino*, Ed. PLUS, Pisa, 2005

## APPENDICE A

Schema di un piano di prodotto - Estratto da:

Anon. - LINEE GUIDA PER L'APPLICAZIONE NEL SETTORE MECCANICO DELLA NORMA UNI-EN 29001 -  
Sistemi qualità - Ente Nazionale Italiano di Unificazione, Milano, 1992

Descrizione generale	
Profilo di missione	Condizioni ambientali
	Condizioni di impiego
	Affidabilità
	Prestazioni
Vincoli costruttivi	Di sicurezza
	Di carattere fisico
	Di carattere tecnologico
	Movimentazione, imballaggio, trasporto
	Estetici
Leggi, norme e regolamenti	Disposizioni di Legge
	Norme nazionali ed internazionali
	Altre norme
Istruzioni	Di installazione
	Di uso e manutenzione
	Lista parti di ricambio
Vincoli di assicurazione di Qualità	

## APPENDICE B

Esempio di specifica tecnica di un prodotto di grande serie - Estratto da:

G.Pahl, W.Beitz - ENGINEERING DESIGN - 2.a ed.ne inglese - Springer, 1996

XYZ	Specifica per Indicatore livello carburante per serbatoi di autocarri	Pag. 1 di 2
-----	---	-------------

Modifiche	V/NV	Requisiti	Responsabilità
		1. Serbatoio, connessioni, distanze	
	V	Volumi...( <i>specificare</i> )	
	V	Forme...( <i>specificare</i> )...; serbatoio: rigido	
	V	Materiale.... ( <i>specificare</i> )	
		Connessioni al serbatoio:	
	NV	• tramite flangia	
	V	• superiormente	
	V	• lateralmente	
	NV	Ingombri, pesi .....( <i>specificare</i> )	
	V	Distanza dal quadro strumenti ....( <i>specificare</i> )	
		2. Contenuti: natura, temperature	
	V	Gasolio: tipi.....( <i>specificare</i> )	
	V	Temperature di funzionamento da .... a ..... °C	
	V	Temperature massime ammissibili da .... a .....°C	
		3. Tipo di misura, segnali, energia	
	NV	Uscita: segnale elettrico .....( <i>specificare</i> )	
	V	Alimentazione: .....( <i>specificare</i> )	
	V	Accuratezza segnale di misura .....( <i>specificare</i> )	
	V	Sensibilità di misura .....( <i>specificare</i> )	
	V	Insensibilità alle onde del liquido	
	V	Possibilità di calibrazione	
	V	Minima quantità misurabile .....( <i>specificare</i> )	
	NV	Indicazione di "riserva" .....( <i>specificare</i> )	

XYZ	Specifica per Indicatore livello carburante per serbatoi di autocarri	Pag. 2 di 2
-----	---	-------------

Modifiche	V/NV	Requisiti	Responsabilità
	V	4. Condizioni di funzionamento Accelerazioni (senso marcia etc.)...(specificare)	
	NV	Urti ammissibili .....(specificare)	
	V	Inclinazioni del veicolo .....(specificare)	
	V	Ventilazione del serbatoio (non pressurizzato)	
	V	5. Collaudi da superare Esposizione al salmastro .....(specificare)	
	V	Contaminazione del liquido ....(specificare)	
	V	Resistenza a sovrappressione interna .... (specificare)	
	V	6. Durata richiesta, normativa Non deve essere sostituito prima di ...(specificare) per effetti corrosione o contaminazione)	
	V	Conformità con le norme ....(specificare)	
	NV	7. Producibilità	
	NV	8. Uso, manutenzione Installabile senza particolare addestramento	
	V	Sostituibile, esente da manutenzione	
		9. Quantità da produrre (al giorno)	
		10. Costo (obiettivo)	

Legenda:

**V:** Vincolante: esigenza da soddisfare assolutamente (*Demands*)

**NV:** Non vincolante, aspetto desiderabile (*Wishes*)



## APPENDICE C

### CRITERI PER LA STESURA DI DOCUMENTI TECNICI (IN PARTICOLARE: DI PROGETTO)

L' indice di un documento tecnico scritto dovrebbe corrispondere, salvo eccezioni, al seguente schema.

- Sommario: inquadramento generale e sintesi estrema del contenuto.
- Indice.
- Eventuale glossario od elenco dei simboli usati.
- Eventuale elenco dei documenti che devono essere necessariamente consultati.
- Introduzione: deve permettere di comprendere il seguito.
- Impostazione del problema.
- Criteri, metodi e mezzi usati per ottenerne la soluzione, tra cui in particolare:
  - ◆ criteri seguiti per la scelta delle soluzioni,
  - ◆ schematizzazioni adottate,
  - ◆ metodologie per l'analisi, il calcolo o la sperimentazione,
  - ◆ ipotesi su cui tali metodologie si basano,
  - ◆ "software" utilizzato e dimostrazione della sua applicabilità e validità,
  - ◆ dati ed informazioni essenziali di riferimento.
- Risultati ottenuti applicando i suddetti criteri o metodi.
- Discussione dei risultati, se necessaria.
- Conclusioni, comprendenti:
  - ◆ punti fermi relativi ai risultati ottenuti, positivi o negativi che siano;
  - ◆ indicazioni, se necessarie, sull'ulteriore lavoro da compiere od in corso.
- Appendici od allegati, che riportano quanto è ausiliare alla comprensione del testo e ciò che debba essere eventualmente verificato da altri (p.es.: passaggi algebrici, tabulati di programmi su computer).
- Bibliografia: con tutti i dati necessari per reperire le fonti di informazione citate nel testo.
- Eventuali ringraziamenti: a collaboratori e consulenti che hanno dato un contributo importante.

Le tabelle, i prospetti e le figure possono essere riportate, per comodità, anche dopo la parte scritta.

Lo stile scritto da preferire è quello impersonale. Nella stesura del testo si devono applicare le usuali regole e perciò:

- raccogliere preliminarmente informazioni e dati;
- stabilire quali informazioni, criteri, risultati e conclusioni essenziali devono essere inclusi nel documento;
- scrivere un indice di tentativo del documento;
- scriverne una prima bozza;
- rivedere criticamente la bozza ricordando a tale proposito che:
  - ◆ ogni paragrafo deve contenere un'informazione completa, non ambigua che, possibilmente, non sia ripetuta altrove ("*statement*");
  - ◆ le frasi devono essere brevi: quindi senza aggettivi ed avverbi superflui;
  - ◆ la struttura della frase deve essere semplice;
  - ◆ ogni "perché" che il lettore possa formulare deve trovare una risposta chiara ed immediata;
- scrivere la versione definitiva, curando anche l'impaginazione, gli schemi e le illustrazioni.

E' inoltre opportuno:

- presentare fin dall'inizio del testo le idee fondamentali;
- descrivere il tutto prima della parte o del dettaglio;
- fare emergere chiaramente le informazioni importanti.

Convieni infine:

- porre titoli a paragrafi e sottoparagrafi od iniziare con una frase che ne riassume il contenuto;
- separare i fatti (p.es.: le osservazioni sperimentali) dalle opinioni (p.es.: da quali fenomeni si ritiene che dipendano le osservazioni effettuate);
- servirsi di nomi, anche a costo di ripetersi, se l'uso di pronomi può creare ambiguità;
- servirsi largamente di illustrazioni, schemi e diagrammi per ridurre quanto più è possibile il testo scritto;
- prevedere numeri o sigle di identificazione per formule, figure, tabelle e riferimenti bibliografici, per consentire agevoli richiami e consultazioni;
- unire a tabelle e figure una concisa didascalia ed, in generale, chiarire gli schemi ed i grafici con brevi testi scritti e con "legenda" relative ai simboli usati;
- ridurre al minimo essenziale formule e passaggi algebrici; riassumere, tramite tabelle o grafici, tutti i dati di ingresso e tutti i risultati relativi ad uno stesso procedimento, invece di ripeterlo ogni volta;
- verificare sistematicamente che:
  - ◆ le citazioni siano corrette,
  - ◆ le illustrazioni siano facilmente correlabili al testo,
  - ◆ le relazioni matematiche siano giuste,
  - ◆ le unità di misura siano corrette e congruenti tra loro,
  - ◆ lo stesso simbolo non sia usato in differenti contesti,
  - ◆ siano indicate le fonti di provenienza;
- presentare i riferimenti bibliografici in fondo al testo in modo completo, secondo gli standards internazionali, in modo da consentirne un agevole reperimento.

Se il testo è in lingua straniera è opportuno che sia verificato da una persona del tutto padrona di quella lingua.

Spesso occorre organizzare presentazioni orali destinate a circostanze formali quali revisioni di progetto, riunioni di comitati, convegni. Copie del materiale, quale trasparenze, diapositive, posters od estratti di ciò che è presentato tramite *software* grafico o *videotapes*, unitamente al conciso testo - facilmente leggibile a distanza - che normalmente serve a sottolineare i punti essenziali dell'esposizione orale, possono essere riorganizzati in modo da costituire un documento (p.es.: allegati al verbale di una riunione). Il contenuto deve quindi essere autoesplicativo.

#### **Altri riferimenti:**

Ulrich, Eppinger, *Progettazione e sviluppo del prodotto*, McGraw Hill, 2001

Norma UNI-ISO 5966: Formati e contenuto dei documenti tecnici scritti.